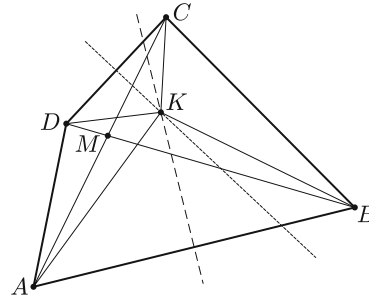


**Megoldás.** Az  $AB$  és  $CD$  szakaszok felezőmerőlegesei messék egymást a  $K$  pontban. A  $K$  pont biztosan létezik, hiszen ellenkező esetben  $AB \parallel CD$ , viszont a feltétel szerint  $ABCD$  nem trapéz.

Egy szakasz felezőmerőlegesének minden pontja egyenlő távolságra van a szakasz két végpontjától, így  $KA = KB$  és  $KC = KD$ . Azt is tudjuk, hogy  $AC = BD$ , így az  $AKC$  és  $BKD$  háromszögekben az oldalak páronként egyenlő hosszúak, azaz a két háromszög egybevágó. Az egybevágóság alapján  $\angle KAM = \angle KAC = \angle KBD = \angle KBM$ . A kerületi szögek tételének megfordítása miatt az  $A, B, K$  és  $M$  pontok egy körön vannak. Hasonlóan azonnal látható, hogy a  $C, D, M, K$  pontok is egy körön vannak.



Ezzel beláttuk, hogy az  $(ABM)$  és  $(CDM)$  körök második metszéspontja a  $K$  pont.

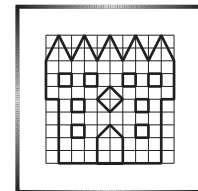
Az  $AKC$  és  $BKD$  háromszögek egybevágóságából következően a  $K$  pont ugyanolyan messze van az  $AC$  és  $BD$  egyenesektől, tehát mindenképpen rajta van az  $AC$  és  $BD$  egyenesek egyik szögfelezőjén. Ez a szög nem lehet az  $\angle AMB = \angle CMD$  szög, hiszen az  $AMKB$  és  $DMKC$  húrnégyszögek, tehát konvexek.

A  $K$  pont így biztosan a  $BMC$  szög felezőjére illeszkedik.

*Bán-Szabó Áron* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.)  
dolgozata alapján

Összesen 55 dolgozat érkezett. 4 pontot kapott 50, 3 pontot 2 tanuló. 1 pontos 1, 0 pontos 2 tanuló dolgozata.

### A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (674–678.)



**K. 674.** Anna néni udvarában 120 állat él: barna tyúkok, fehér kacsák, barna malacok és fehér nyulak. A fehér állatok száma 64, a kétlábú állatok száma 84. Kétszer annyi barna tyúk él itt, mint fehér nyúl. Melyik fajta állatból hány él Anna néni udvarában?

**K. 675.** Egy nagy cégnél karácsonyi partit rendeztek, és többen elvitték a házastársukat is magukkal. A partin 5-ször annyi férfi volt jelen, mint nő. Este 10 órakor néhány férfi a feleségével együtt hazaindult, ekkor a partin jelenlevő nők száma a jelenlevő férfiak számának hetedrészére csökkent. A férfiak hányadrésze ment haza 10 órakor?

**K. 676.** Egy  $6 \times 6$ -os sakktáblát 18 darab  $1 \times 2$ -es dominóval átfedés nélkül lefedünk. Mutassuk meg, hogy a sakktábla kettévágható egy egyenessel úgy, hogy az egyetlen dominót sem vág ketté.

**K. 677.** Az  $S$  számhalmaznak 5 eleme van. Az elemeket páronként összeadva a következő összegeket kapjuk: 0, 6, 11, 12, 17, 20, 23, 26, 32 és 37. Adjuk meg  $S$  elemeit.

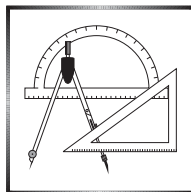
(Texas Mathematical Olympiad)

**K. 678.** Az asztalon egy sorban egymás mellett fekszik 2020 db pénzérme váltakozva fej, írás, fej, írás, ... sorrendben. Egy lépésben egyszerre bármelyik három szomszédos pénzermét átfordítjuk a másik oldalára. Elérhető-e ilyen lépések sorozatával, hogy minden pénzérme írást mutasson?



**Beküldési határidő: 2021. január 10.**

**Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>**



## A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1637–1643.)

### Feladatok 10. évfolyamig

**C. 1637.** Sárkányországban minden hétfejű sárkány tüzet okád, de nem minden hétfejű tűzokádó lény sárkány. A legutóbbi lényszámlálás szerint az országban pont ugyanannyi sárkány él, mint tűzokádó lény. Igaz-e, hogy minden sárkány hétfejű?

**C. 1638.** Melyek azok a nem szabályos háromszögek, amelyek magasságpontja, köré írt körének középpontja, beírt körének középpontja és két csúcsa egy körre esik?

### Feladatok mindenkinek

**C. 1639.** Gondoltunk öt számra. Közülük minden lehetséges módon kiválasztottunk hármat-hármát és összeadtuk őket. Összegként a következő értékeket kaptuk: 41, 42, 44, 51, 52, 53, 54, 54, 55, 64. Mi volt az öt gondolt szám?

Javasolta: Kiss Sándor (Nyíregyháza)

**C. 1640.** Az  $ABCD$  négyszögben jelöljük az  $ABC$  háromszög súlypontját  $S$ -sel, az  $ACD$  háromszög súlypontját pedig  $P$ -vel. Igazoljuk, hogy az  $AC$  és  $BD$  átlók felezőpontjait összekötő szakasz felezi az  $SP$  szakaszt.