ugyanakkora a nyomás. Emiatt a B pontot tartalmazó légtérben mindenhol, így mindkét, vízzel érintkező felületénél éppen annyi a nyomás, mint az A-t tartalmazó víztömeg bal oldalán 20 méter mélyen. Ott pedig a fentiek szerint a nyomás

$$p_B = p_0 + 2\,p_0 = 3\,p_0 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

A C pontban a nyomás a B-ben mért nyomásnál $30 - 15 = 15$ méternyi víznyomásnyival nagyobb, tehát

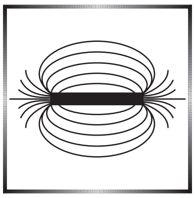
$$p_C = p_B + 1{,}5\,p_0 = 4{,}5\,p_0 = 4{,}5 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

A D pontot tartalmazó üregben mindenhol, így a vízzel való érintkezési felületénél is annyi a nyomás, mint a C-t tartalmazó víztömeg bal oldalán 25 méterrel a földfelszín és 10 méterrel a bal oldali ágának a felszíne alatt. Ennél a vízfelületnél pedig a nyomás – mint láttuk – $p_B = 3 \cdot 10^5$ Pa. A C-t tartalmazó víztömeg jobb oldali felszínénél a nyomás

$$p_D = p_B + p_0 = 4\,p_0 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Sebestyén József Tas (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 8. évf.)
dolgozata alapján

34 dolgozat érkezett. Helyes 22 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 5, hiányos (1–2 pont) 7 dolgozat.



Fizika feladatok megoldása

P. 5216. *Egy függőlegesen álló hengeres tartályban egy súlyos dugattyú alatt* n mol, T_0 *hőmérsékletű levegő van. A tartály és a dugattyú jó hőszigetelő, kívül vákuum van. A dugattyút lassan emelni kezdjük, majd amikor már* W *munkát végeztünk, hirtelen elengedjük. A dugattyú lengésbe jön, és idővel (a levegő belső súrlódása miatt) megáll.*

Mekkora lesz a levegő hőmérséklete az új egyensúlyi helyzetben? Hogyan változik az eredmény, ha a dugattyút nem emeljük, hanem W *munkavégzéssel lenyomjuk, majd hirtelen elengedjük?*

(*5 pont*) *A Kvant nyomán*

Megoldás. Mivel a tartály és a dugattyú is jó hőszigetelő, kívül pedig vákuum van, ezért az általunk végzett W munka a dugattyú megállása után két helyre kerülhet: növelheti a gáz belső energiáját és növelheti a dugattyú helyzeti energiáját.

Jelöljük a gáz kezdeti nyomását p_0-lal, a kezdeti térfogatát V_0-lal. A dugattyú tömege legyen m, keresztmetszete pedig A. Ekkor a dugattyú által a gázra kifejtett nyomás:

$$p_{\text{dugattyú}} = \frac{mg}{A}.$$

Kezdetben a dugattyú egyensúlyban volt, kívül pedig vákuum van, így

$$p_0 = p_{\text{dugattyú}} = \frac{mg}{A}.$$

Miután létrejött az új egyensúlyi helyzet, a gáz nyomása p_1, a térfogata V_1 és a hőmérséklete T_1 értékekre változik. Mivel kívül még mindig vákuum van, ezért a gáznak ebben az új egyensúlyi helyzetben is csak a dugattyút kell tartania, tehát a gáz nyomása:

$$p_1 = p_{\text{dugattyú}} = p_0 = \frac{mg}{A}.$$

Az ideális gáz belső energiája:

$$E_{\text{belső}} = \frac{f}{2}pV,$$

ahol f a gázmolekulák szabadsági fokainak száma.

Miután a csillapodó rezgőmozgást végző dugattyú végül megáll, az általunk végzett W munka valamennyivel növeli a gáz belső energiáját. Mivel a gáz nyomása az új egyensúlyi helyzetben ugyanannyi, mint kezdetben volt, a gáz térfogatának meg kellett nőnie, vagyis a dugattyú megemelkedik, és emiatt a gravitációs helyzeti energiája is megnő.

A dugattyú megemelkedése az eredeti helyzetéhez képest legyen Δh. Ekkor a helyzeti energiájának növekedése

$$\Delta E_{\text{helyzeti}} = mg\Delta h, \tag{1}$$

a gáz belső energiájának növekedése pedig

$$\Delta E_{\text{belső}} = \frac{f}{2}\Delta(pV) = \frac{f}{2}p_0\Delta V, \tag{2}$$

ahol $\Delta V = V_1 - V_0 = A\Delta h$ a gáz térfogatváltozása.

Az általunk végzett W munka a kétféle energiaváltozás összegével egyezik meg:

$$W = \Delta E_{\text{helyzeti}} + \Delta E_{\text{belső}}. \tag{3}$$

Helyettesítsük be az (1) és (2) egyenleteket a (3)-ba, majd alakítsuk át:

$$W = mg\Delta h + \frac{f}{2}p_0\Delta V = \frac{mg}{A}A\Delta h + \frac{f}{2}p_0\Delta V = p_0\Delta V + \frac{f}{2}p_0\Delta V,$$

ami így is felírható:

$$W = \left(\frac{f}{2}+1\right)p_0(V_1 - V_0) = \left(\frac{f}{2}+1\right)(p_0V_1 - p_0V_0). \tag{4}$$

Használjuk fel az ideális gáz állapotegyenletét a kezdeti és az új egyensúlyi helyzetre.

$$p_0V_0 = nRT_0, \tag{5}$$

$$p_0V_1 = nRT_1, \tag{6}$$

ahol R az egyetemes gázállandó. Helyettesítsük be (4)-be az (5) és (6) egyenleteket:

$$W=\left(\frac{f}{2}+1\right)(nRT_1-nRT_0)=\left(\frac{f}{2}+1\right)nR(T_1-T_0).$$

A tartályban levegő van, aminek $f=5$ a szabadsági foka, tehát:

$$T_1=\frac{2W}{(f+2)nR}+T_0=\frac{2W}{7nR}+T_0.$$

Ez az eredmény akkor sem változik, ha a dugattyút ugyanennyi munkavégzéssel nem megemeljük, hanem lenyomjuk, hiszen a $W>0$ munka ekkor is csak a gáz belső energiáját és a dugattyú helyzeti energiáját növeli. (A tartály és a dugattyú jó hőszigetelő, ezért a rendszer nem ad le hőt, továbbá a külső térben nincs gáz, így annak mozgásba hozatalával és a mozgási energiájának esetleges megnövelésével sem kell foglalkoznunk.) Tehát a lenyomott dugattyú esetében – a rezgések lecsillapodása után – ugyanaz az egyensúlyi helyzet alakul ki, mint a megemelt dugattyúnál, vagyis

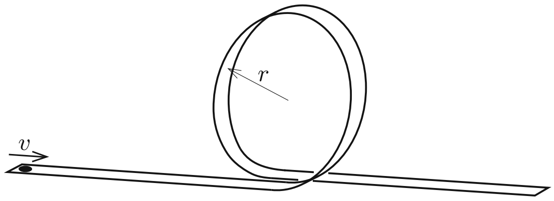
$$T_1=\frac{2W}{7nR}+T_0$$

lesz a tartályban lévő levegő hőmérséklete az új egyensúlyi állapotban.

Toronyi András (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 10. évf.)

9 dolgozat érkezett. Helyes Bokor Endre, Fekete András Albert, Sas Mór, Szabó László és Toronyi András megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 2, hiányos (1–2 pont) 2 dolgozat.

P. 5221. *Egy piciny (pontszerűnek tekinthető) játékautónak építünk egy súrlódásmentes pályát, amely vízszintes szakasszal indul, azután egy r sugarú, függőleges síkú, kör alakú hurokban folytatódik, majd a hurok kezdetéhez visszaérve ismét vízszintessé válik. Legyen v az a legkisebb indítási sebesség, amellyel a kisautó már végighalad a pályán. Ezen v sebesség hányad részével kell elindítani az autót, hogy a hurokszakaszról leválva éppen a kör átellenes pontjába csapódjon majd be?*



(*5 pont*) Közli: *Vass Miklós,* Budapest

Megoldás. Az autó hurkon való áthaladásának kritikus pontja a pálya legfelső pontja. Ha itt a nyomóerő éppen nullára csökken, akkor még nem válik el az autó a pályától. A körmozgás feltétele, hogy a testre ható erők eredője létrehozza a centripetális gyorsulást. Ha a játékautó sebessége a pálya legfelső pontjában v_1, akkor határesetben (amikor a test még *éppen* nem válik el a kör alakú pályától):

$$mg = m\frac{v_1^2}{r}, \qquad \text{tehát} \qquad v_1^2 = rg.$$

A folyamat során a disszipatív erők hatása elhanyagolható, így a mechanikai energia megmarad.

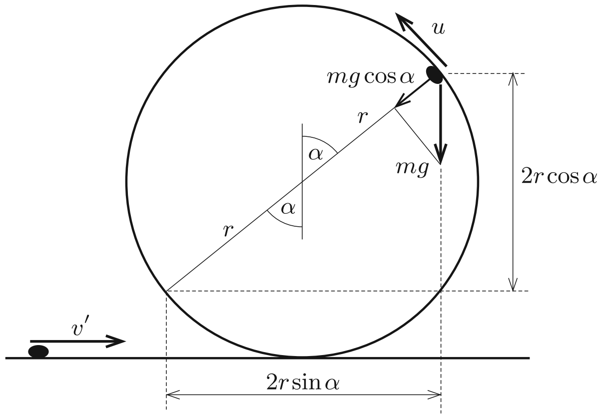
$$\frac{1}{2}mv^2 = 2mgr + \frac{1}{2}mv_1^2 = 2mgr + \frac{1}{2}mgr = \frac{5}{2}mgr,$$

vagyis

$$v = \sqrt{5rg}\,.$$

Az autó a körmozgás második negyedében tud leválni a pályájáról (előtte – nem elegendően nagy kezdősebességnél – csak visszacsúszna a körvíven). Legyen a leváláskor a játékautó sebessége u, a hozzá húzott sugár függőlegessel bezárt szöge α (lásd az *ábrát*). Ekkor még éppen körpályán halad (a pálya nyomóereje már éppen nullára csökkent), így a mozgásegyenlet sugár irányú komponense:

$$mg\cos\alpha = m\frac{u^2}{r}, \qquad \text{vagyis} \qquad u^2 = rg\cos\alpha.$$



A szemközti pontba való becsapódásáig mozgása ferde hajítás.
Vízszintesen:

$$2r\sin\alpha = u_x t = ut\cos\alpha, \qquad \text{azaz} \qquad t = \frac{2r\sin\alpha}{u\cos\alpha}.$$

Függőlegesen:

$$2r\cos\alpha = \frac{g}{2}t^2 - ut\sin\alpha.$$

A t-re és u^2-re kapott kifejezések behelyettesítésével, majd $2r$-rel egyszerűsítve kapjuk:

$$\cos^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=0.$$

Innen (a trigonometrikus Pitagorasz-tételt kihasználva):

$$\cos^4\alpha+\cos^2\alpha-\cos^4\alpha-1+\cos^2\alpha=0,\qquad \cos^2\alpha=\frac{1}{2},\qquad \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}\,,$$

tehát

$$\alpha=45^\circ.$$

Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$\frac{1}{2}mv'^2=(1+\cos\alpha)mgr+\frac{1}{2}mu^2,$$

$$v'^2=\left(2+\sqrt{2}\right)rg+rg\frac{1}{\sqrt{2}}\,,$$

$$v'=\sqrt{\left(2+\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)rg},$$

és végül a keresett arány:

$$\frac{v'}{v}=\sqrt{\frac{2}{5}+\frac{3\sqrt{2}}{10}}\approx 0{,}91.$$

Horváth Anikó (Szeged, Radnóti M. Kís. Gimn., 11. évf.)

31 dolgozat érkezett. Helyes 17 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 2, hiányos (1–3 pont) 9, hibás 2, nem értékelhető 1 dolgozat.

P. 5225. *Egy* 10 dm^2 *alapterületű fazékban* 5 *liter,* 998 kg/m^3 *sűrűségű,* 20 °C*-os víz található. A vizet felmelegítjük* 80 °C*-ra. A víz térfogati hőtágulási együtthatóját a* 20 °C *és* 80 °C *közötti hőmérséklet-tartományban tekintsük állandó,* $\beta_{víz}=4\cdot10^{-4}$ 1/K *értékűnek. A fazék rozsdamentes acélból készült, melynek térfogati hőtágulási együtthatója* $\beta_{acél}=5\cdot10^{-5}$ 1/K. *A víz párolgását hanyagoljuk el.*

a) Mekkora kezdetben a víz hidrosztatikai nyomása az edény alján? Mennyivel változik meg ez az érték a melegítés során?

b) Mennyivel emelkedik meg a melegítés során a fazékban a vízszint?

(*4 pont*) Közli: *Széchenyi Gábor,* Budapest

Megoldás. Ismert adatok:
A fazék alapterülete kezdetben: $A_0=10\ \mathrm{dm}^2=0{,}1\ \mathrm{m}^2$;
a víz térfogata kezdetben: $V_0=5$ liter $=5\ \mathrm{dm}^3=0{,}005\ \mathrm{m}^3$;
a víz sűrűsége (kezdetben): $\varrho_0=998\ \mathrm{kg/m}^3$;
a kezdeti hőmérséklet: $T_0=20\ ^\circ\mathrm{C}$;

a végső hőmérséklet: $T_1 = 80\ °\mathrm{C}$ (tehát a hőmérséklet megváltozása: $\Delta T = T_1 - T_0 = 60\ °\mathrm{C}$);
a víz (átlagos) hőtágulási együtthatója: $\beta_{\text{víz}} = 4 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{K}^{-1}$;
az acél (térfogati) hőtágulási együtthatója: $\beta_{\text{acél}} = 5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$; a lineáris hőtágulás együtthatója $\alpha_{\text{acél}} = \frac{1}{3}\,\beta_{\text{acél}}$, a keresztmetszet (terület) relatív tágulásának együtthatója pedig $2\alpha_{\text{acél}} = \frac{2}{3}\,\beta_{\text{acél}}$.

a) Kezdetben a nyomás az edény alján:

$$p_0 = \frac{\varrho_0 V_0 g}{A_0} = 489{,}5\ \mathrm{Pa}.$$

A melegítés során a víz tömege nem változik meg, a súlya tehát $\varrho_0 V_0 g$ marad, az edény keresztmetszete viszont megnő, $A_0\left(1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T\right)$ nagyságú lesz. Ezek szerint a hidrosztatikai nyomás a melegítés után

$$p_1 = \frac{\varrho_0 V_0 g}{A_0\left(1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T\right)} = 488{,}5\ \mathrm{Pa},$$

az eredeti értéknél 1 Pa-lal kevesebb lesz.

b) Kezdetben a víz magassága

$$h_0 = \frac{V_0}{A_0} = 0{,}05\ \mathrm{m}.$$

Az edény megváltozott keresztmetszete:

$$A_1 = A_0\left(1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T\right),$$

a víz megváltozott térfogata pedig

$$V_1 = V_0(1 + \beta_{\text{víz}}\Delta T)$$

lesz. Ezek szerint a felmelegített víz magassága a felmelegített fazékban

$$h_1 = \frac{V_1}{A_1} = \frac{V_0(1 + \beta_{\text{víz}}\Delta T)}{A_0\left(1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T\right)} = \frac{1 + \beta_{\text{víz}}\Delta T}{1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T} h_0 = 5{,}11 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m},$$

az eredeti értéknél kb. 1,1 mm-rel magasabb lesz.

Gábriel Tamás (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 9. évf.)

35 dolgozat érkezett. Helyes 14 megoldás, kicsit hiányos (3 pont) 9, hiányos (1–2 pont) 12 dolgozat.

P. 5227. *a*) *Két doboz mindegyikében egy-egy* 1 kΩ*-os,* 2 kΩ*-os,* 3 kΩ*-os,* 4 kΩ*-os és* 5 kΩ*-os ellenállás található. A két dobozból találomra kiveszünk egy-egy ellenállást, és sorosan kapcsoljuk ezeket. Mekkora valószínűséggel lesz az eredő ellenállás* 2 kΩ, 3 kΩ, 4 kΩ, 5 kΩ, 6 kΩ, 7 kΩ, 8 kΩ, 9 kΩ, *illetve* 10 kΩ?

b) Másik két doboz mindegyikében egy-egy 60 kΩ*-os,* 30 kΩ*-os,* 20 kΩ*-os,* 15 kΩ*-os és* 12 kΩ*-os ellenállás található. A két dobozból találomra kiveszünk egy-egy ellenállást, és párhuzamosan kapcsoljuk ezeket. Mekkora valószínűséggel lesz az eredő ellenállás* 30 kΩ*,* 20 kΩ*,* 15 kΩ*,* 12 kΩ*,* 10 kΩ*, illetve* 10 kΩ*-nál kisebb értékű?*

(*4 pont*) Közli: *Tornyos Tivadar Eörs,* Budapest

Megoldás. Két dobozból veszünk ki ellenállásokat. Mivel egy-egy dobozban 5 ellenállás van, a választási lehetőségek száma mindkét esetben $5^2 = 25$.

a) Soros kapcsolás esetében az ellenállások összeadódnak.

A 2 kΩ-os eredő csak egyféleképpen kapható meg: ha mindegyik dobozból 1 kΩ-os ellenállást veszünk ki. Ugyanez a helyzet a 10 kΩ-os eredménnyel, az csak 5 kΩ + 5 kΩ esetén valósítható meg. Ezek valószínűsége (a kedvező lehetőségek száma osztva az összes lehetőség számával):

$$p_2 = p_{10} = \frac{1}{25} = 0{,}04 = 4\%.$$

(A p-vel jelölt valószínüség indexe a soros eredő kiloohmban mért értékére utal.)

A 3 kΩ-os eredőre már két lehetőségünk van (1 kΩ + 2 kΩ vagy 2kΩ + 1 kΩ). A 9 kΩ-os eredő ellenállás is kétféleképpen állhat elő (4 kΩ + 5 kΩ vagy 5 kΩ + 4 kΩ), ezek valószínűsége tehát

$$p_3 = p_9 = \frac{2}{25} = 0{,}08 = 8\%.$$

A 4 kΩ-os eredőhöz háromféle választás vezethet (1 kΩ + 3 kΩ vagy 3 kΩ + 1 kΩ vagy 2 kΩ + 2 kΩ), és ugyancsak háromféleképpen állhat elő a 8 kΩ-os eredő (3 kΩ + 5 kΩ vagy 5 kΩ + 3 kΩ vagy 4 kΩ + 4 kΩ). Ezek valószínűsége:

$$p_4 = p_8 = \frac{3}{25} = 0{,}12 = 12\%.$$

Hasonló módon kapjuk, hogy

$$p_5 = p_7 = \frac{4}{25} = 0{,}16 = 16\%,$$

és végül (mivel 6 kΩ-os eredő ötféleképpen állítható elő)

$$p_6 = \frac{5}{25} = 0{,}20 = 20\%.$$

Így valóban minden lehetőséget figyelembe vettünk, hiszen

$$4\% + 8\% + 12\% + 16\% + 20\% + 16\% + 12\% + 8\% + 4\% = 100\%.$$

b) Párhuzamos kapcsolás esetében az eredő ellenállás a kapcsolás bármelyik ellenállásánál kisebb értékű.

Az eredő ellenállás képlete:

$$\frac{1}{R_\mathrm{e}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2},\quad \text{ebből}\quad R_\mathrm{e}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}.$$

A 30 kΩ-os eredőt csak nála nagyobb értékű ellenállások párhuzamos kapcsolásával kaphatunk. Erre csak egyetlen egy lehetőség van: mindkét dobozból a 60 kΩ-os ellenállást húzzuk ki. Ez jó választás, hiszen

$$R_\mathrm{e}=\frac{60\ \mathrm{k\Omega}\cdot 60\ \mathrm{k\Omega}}{60\ \mathrm{k\Omega}+60\ \mathrm{k\Omega}}=30\ \mathrm{k\Omega}.$$

Eszerint a valószínűség:

$$p_{30}=\frac{1}{25}=0{,}04=4\%.$$

A 20 kΩ-os eredőt csak a nála nagyobb, vagyis a 30 és/vagy a 60 kiloohmos ellenállásból kaphatjuk meg. Ez kétféleképpen valósulhat meg:

$$R_\mathrm{e}=\frac{30\ \mathrm{k\Omega}\cdot 60\ \mathrm{k\Omega}}{30\ \mathrm{k\Omega}+60\ \mathrm{k\Omega}}=20\ \mathrm{k\Omega}$$

és

$$R_\mathrm{e}=\frac{60\ \mathrm{k\Omega}\cdot 30\ \mathrm{k\Omega}}{60\ \mathrm{k\Omega}+30\ \mathrm{k\Omega}}=20\ \mathrm{k\Omega}.$$

(A két egyforma ellenállás eredője vagy nagyobb, vagy kisebb lenne 20 kΩ-nál.) A kérdéses valószínűség:

$$p_{20}=\frac{2}{25}=0{,}08=8\%.$$

Hasonló módon láthatjuk be, hogy

$$p_{15}=\frac{3}{25}=0{,}12=12\%,$$

$$p_{12}=\frac{4}{25}=0{,}16=16\%,$$

és végül

$$p_{10}=\frac{5}{25}=0{,}2=20\%.$$

A fenti esetek a 10 kΩ-nál *nem kisebb* eredőjű kapcsolások mindegyikét tartalmazzák, így $p_{\geqslant 10}=p_{30}+p_{20}+p_{15}+p_{12}+p_{10}=0{,}6=60\%$. Annak valószínűsége, hogy az eredő ellenállás 10 kΩ-nál *kisebb,* a „hiányzó” 40%-kal egyenlő:

$$p_{<10}=1-p_{\geqslant 10}=0{,}4=40\%.$$

Endrész Balázs (Pápa, Türr István Gimn. és Koll., 12. évf.)
dolgozata felhasználásával

Megjegyzés: Az első esetben az ellenállások nagysága, a második esetben pedig az ellenállások reciprokának nagysága *számtani sorozatot* alkot. Ez tette lehetővé, hogy különböző ellenálláspárok eredője éppen ugyanakkorának bizonyuljon.

(G. P.)

37 dolgozat érkezett. Helyes 29 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 7, hibás 1 dolgozat.

P. 5233. *Egy levelibéka egy tőle vízszintesen s távolságra, de h magasságban lévő levélre akar a talajról felugrani. Milyen irányba és mekkora sebességgel kell elrugaszkodnia, hogy a legkevesebb energiára legyen ehhez szüksége?*

(*5 pont*) Közli: *Woynarovich Ferenc,* Budapest

Megoldás. Jelöljük az elugró levelibéka kezdősebességének vízszintes komponensét v_x-szel, a függőleges összetevőt v_y-nal, a mozgás idejét pedig t-vel. A ferde hajítás képletei szerint

$$v_x t = s \qquad \text{és} \qquad h = -\frac{g}{2}t^2 + v_y t,$$

vagyis

$$v_x = \frac{s}{t} \qquad \text{és} \qquad v_y = \frac{h + (g/2)t^2}{t} = \frac{h}{t} + \frac{g}{2}t.$$

Ezek segítségével kiszámíthatjuk a béka elrugaszkodásakor végzett munkáját, ami a kezdeti mozgási energiájával egyenlő:

$$E = \frac{m}{2}\left(v_x^2 + v_y^2\right).$$

Ennek a kifejezésnek keressük a minimumát a t változó függvényében. A minimum „helye" szempontjából az $m/2$-es tényező érdektelen, tehát elhagyható. Tekintsük a

$$v_x^2 + v_y^2 = \left(\frac{s}{t}\right)^2 + \left(\frac{h}{t} + \frac{g}{2}t\right)^2 = \frac{s^2 + h^2}{t^2} + \frac{g^2t^2}{4} + gh$$

kifejezést! Az utolsó tag t-től független állandó, tehát a minimum keresésénél elhagyhatjuk. Másrészt a számtani és mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenség szerint

$$\frac{s^2 + h^2}{t^2} + \frac{g^2t^2}{4} \geqslant 2\sqrt{\frac{s^2 + h^2}{t^2} \cdot \frac{g^2t^2}{4}} = g\frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{g}.$$

Az egyenlőség a legkisebb elrugaszkodási energiának felel meg, amihez tartozó $t = t_0$ időtartamra

$$\frac{s^2 + h^2}{t_0^2} = \frac{g^2t_0^2}{4}, \qquad t_0^2 = 2\frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{g}.$$

A levelibéka kezdősebességének a vízszintessel bezárt α szögére (vagyis az elrugaszkodás irányára) fenáll:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\frac{h}{t_0} + \frac{g}{2}t_0}{\frac{s}{t_0}} = \frac{h}{s} + \frac{g}{2s}t_0^2 = \frac{h}{s} + \frac{\sqrt{h^2 + s^2}}{s},$$

vagyis

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{h + \sqrt{h^2 + s^2}}{s}.$$

($h = 0$ esetén a jól ismert $\alpha = 45°$-os eredményt kapjuk.)

Az elugrás sebességének nagysága (optimális esetben):

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{h^2 + s^2}{t_0^2} + \frac{g^2 t_0^2}{4} + gh} = \sqrt{g\left(\sqrt{s^2 + h^2} + h\right)}.$$

Vakaris Klyvis (Brüsszel, Belgium, 12. évf.)

35 dolgozat érkezett. Helyes 16 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 5, hiányos (1 pont) 12, hibás 2 dolgozat.

P. 5249. *Az AA jelű akkumulátor hossza* 5 cm, *átmérője* 1,4 cm.

a) Mekkora energiát tárol egy 1,2 V*-os,* 2800 mAh*-s akku?*

b) Mekkora sebességre gyorsulna fel ez a 17 *grammos akku, ha az eltárolt energiáját teljesen a saját mozgási energiájává alakítaná?*

c) Hányszor kevesebb energiával lehetne ugyanekkora térfogatú vizet 20 °C*-ról* 100 °C*-ra melegíteni?*

d) Mennyi energia van ugyanekkora térfogatú kristálycukorban, amelynek sűrűsége kb. 0,77 g/cm^3, *energiatartalma pedig* 1680 kJ/100 gramm?

(*4 pont*) Közli: *Vass Miklós,* Budapest

Megoldás. *a*) A tárolt (elektromos) energiát úgy kaphatjuk meg, hogy a feszültséget, az áramerősséget és a működés idejét összeszorozzuk. A 2,8 Ah-s akkumulátor 2,8 ampert tud leadni 1 órán, vagyis 3600 másodpercen keresztül, így a tárolt energia

$$E_0 = U \cdot I \cdot t = 1{,}2\ \mathrm{V} \cdot 2{,}8\ \mathrm{A} \cdot 3600\ \mathrm{s} = 12\,096\ \mathrm{J} \approx 12\ \mathrm{kJ}.$$

b) Egy $m = 17$ g $= 0{,}017$ kg tömegű test $\frac{1}{2}mv^2$ mozgási energiája akkor egyezik meg a fenti E_0 energiával, ha a sebessége

$$v = \sqrt{\frac{2E_0}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}2\ \mathrm{kJ}}{0{,}017\ \mathrm{kg}}} = 1190\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 1{,}2\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}.$$

c) Az r sugarú, ℓ hosszúságú akkumulátor térfogata:

$$V = r^2 \pi \ell = (0{,}7\ \mathrm{cm})^2 \cdot \pi \cdot 5\ \mathrm{cm} = 7{,}70\ \mathrm{cm}^3.$$

Ekkora térfogatú víz tömege

$$m_{\text{víz}} = 7{,}70\ \mathrm{g} = 0{,}0077\ \mathrm{kg}.$$

A víz fajhője $c = 4{,}2\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\ {}^\circ\mathrm{C}}$, a hőmérsékletének emelkedése $\Delta T = 80\ {}^\circ\mathrm{C}$, a felmelegítéséhez szükséges hő

$$Q = cm_{\text{víz}}\Delta T = 2{,}59\ \mathrm{kJ},$$

ami az E_0 elektromos energiánál 4,6-szer kevesebb.

d) Az akkumulátor térfogatával megegyező térfogatú kristálycukor tömege kb. 6 g. Ezt a megadott „energiatartalommal” összeszorozva $E_{\text{kémiai}} \approx 100$ kJ értéket kapunk, ami az E_0 elektromos energiának mintegy nyolcszorosa.

Kovács Kinga (Kecskemét, Katona J. Gimn., 10. évf.)

Megjegyzés. A feladat az ugyanakkora helyen „tárolható” különböző fajtájú (elektromos, mechanikai, termikus és kémiai) energia nagyságrendjének összehasonlítása szempontjából tanulságos. (A Szerk.)

74 dolgozat érkezett. Helyes 40 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 11, hiányos (1–2 pont) 18, hibás 5 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 399. Hűtőszekrény fagyasztójában készítsünk különböző alakú jégdarabokat, és ezek felhasználásával mérjük meg a jég sűrűségét!

(*6 pont*) Közli: *Gnädig Péter,* Vácduka

G. 721. Egy építőkocka-készletben minden elem tömör fából készült, egyforma tömegű és téglatest alakú. Minden téglatest egyik éle 6 cm, a másik kettő lehet eltérő. Lali négy elemet egymásra rakott, legfelülre egy kocka alakú darab került, és minden elem teljes alsó lapjával támaszkodott az alatta lévőre. Elgyönyörködött a toronyban, és azt is észrevette, hogy a torony különleges: minden emelet alatt ugyanakkora a nyomás. Rajzoljuk le a tornyot, és tüntessük fel a rajzon a méreteket is!

(*3 pont*)

G. 722. Felül nyitott edényben gázlángon vizet forralunk. Közvetlenül a gáz elzárása és a láng kialvása után fehér gőzfelhőt figyelhetünk meg az edény felett. Magyarázzuk meg ezt a jelenséget!

(*3 pont*)