

A. 784. Legyenek n, s, t pozitív egész számok és $0 < \lambda < 1$. Adott egy n csúccsal és legalább λn^2 éllel rendelkező egyszerű gráf. Azt mondjuk, hogy az $(x_1, \dots, x_s, y_1, \dots, y_t)$ egy *jó beillesztés*, ha az x_i és y_j betűk nem feltétlenül különböző csúcsokat jelölnek, és mindegyik $x_i y_j$ éle a gráfnak ($1 \leq i \leq s, 1 \leq j \leq t$). Bizonyítsuk be, hogy a jó beillesztések száma legalább $\lambda^{st} n^{s+t}$.

Javasolta: *Williams Kada* (Cambridge)

A. 785. Legyenek $k \geq t \geq 2$ pozitív egészek. Ha $n \geq k$ egész, akkor legyen p_n annak a valószínűsége, hogy az első n pozitív egész közül véletlenszerűen választva k -t teljesül, hogy a választott k szám közül bármely t -nek a legnagyobb közös osztója 1, q_n pedig annak a valószínűsége, hogy az első n pozitív egész közül véletlenszerűen választva $(k - t + 1)$ -et a választott számok szorzata t -edik hatványmentes.

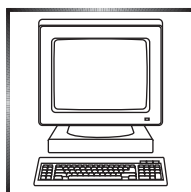
Bizonyítsuk be, hogy a p_n és q_n sorozat határértéke megegyezik.

Javasolta: *Matolcsi Dávid* (Budapest)



Beküldési határidő: 2020. november 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



Informatikából kitűzött feladatok

11	99	50	4	96	95	7	10	92	41
1	12	88	14	86	85	17	83	19	100
98	49	33	77	48	28	74	43	52	3
21	22	23	64	36	35	67	78	79	80
70	69	76	57	45	46	54	25	32	31
30	39	75	47	55	56	44	26	62	71
81	72	38	34	66	65	37	63	29	20
93	59	58	24	53	73	27	68	42	8
40	82	13	87	15	16	84	18	89	61
60	2	51	97	5	6	94	91	9	90

3 mélységű ördögkeret

I. 517. Bűvös négyzetnek nevezük az $N \times N$ darab szám négyzetes elrendezését, amelyben minden sor, minden oszlop és mind a két átló összege ugyanaz a szám. Az ördögkeret olyan bűvös négyzet, amelynek a legkülső keretét elhagyva is bűvös négyzetet kapunk. Lehetséges, hogy egy ördögkeretben több koncentrikus bűvös négyzet van egymásba ágyazva, ilyenkor a bűvös négyzet külső kereteit elhagyva végül egy olyan belső elrendezéshez jutunk, amely már nem bűvös négyzet.

Készítsünk programot `i517` néven, amely egy $N \times N$ számból álló négyzetről meghatározza, hogy milyen mélység-

ben tartalmaz bővös négyzeteket egymásba ágyazva. Ha ez a szám 0, akkor már a kiinduló elrendezés sem volt bővös négyzet.

A program standard bemenetének első sorában az N ($N \leq 30$) található, amely a sorok és oszlopok száma. A következő N sorban N darab nemnegatív szám szerepel.

A program standard kimenetén egy szám szerepeljen, az ördögkeret egymásba ágyazott bővös négyzeteinek mélysége. Ha a kiindulási állapot nem bővös négyzet, akkor 0-t írjunk ki.

Bemenet	Kimenet
6 22 41 34 27 17 5 29 1 35 6 42 11 31 49 38 10 24 4 47 40 12 37 18 48 25 2 32 13 36 43 3 46 26 7 14 20 19 44 8 39 15 30 21 9 16 23 33 45 28	1

Beküldendő egy tömörített `i517.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

I. 518. Az egész számok számrendszerek közötti átváltására létezik algoritmus, így nem nehéz programot készíteni egy R alapú számrendszerben felírt A pozitív egész szám Q alapú számrendszerbe való átírására. Nehézséget talán csak a 10-nél nagyobb alapú számrendszerek jelentenek, ahol a 10-nél nagyobb számjegyeket pl. betűkkel kell jelölnünk. Az informatikában használt hexadecimális számrendszerben a $10 = A$, $11 = B$, \dots , $15 = F$ jelölést alkalmazzuk. Használjuk ennek megfelelően az angol ABC nagybetűit rendre a 9-nél nagyobb számjegyek jelölésére. Így a legnagyobb számjegy, amit felírhatunk, a $Z = 35$.

Készítsünk táblázatkezelő alkalmazást, amely átvált egy pozitív egész számot az R alapú számrendszerből a Q alapú számrendszerbe ($2 \leq R, Q \leq 36$). A munkalapon egy cellában lehessen megadni az átváltandó számot (számjegyekkel és az angol ABC betűivel), és két másik cellában az R és Q értékét. A táblázatkezelő adja meg egy negyedik cellában a szám alakját a Q alapú számrendszerben.

A munkafüzet tetszőleges további cellái használhatók segédszámításokra, de a megoldás során csak a táblázatkezelő beépített függvényeivel dolgozzunk, tehát makró és saját program a megoldás során nem használható. A beírt számok minden esetben helyesek, azok ellenőrzéséről nem kell gondoskodni.

Beküldendő egy tömörített `i518.zip` állományban a megoldást tartalmazó táblázatkezelő munkafüzet és egy rövid dokumentáció, amely megadja az alkalmazott táblázatkezelő nevét és verzióját.

I. 519 (É). A www.balatonihajok.hu portálról sok olyan balatoni hajózásra jellemző adatot ismerhetünk meg, amely történetileg és a jelenben is érdekes lehet. Most a nagy hajós kikötőkkel foglalkozunk. Az adatok a `kikoto.txt`, a `kapcsolo.txt` és a `tipus.txt` állományokban állnak rendelkezésünkre. Az állományok tabulátorral tagolt, UTF-8 kódolású szövegfájlok, az első sorok a mezőneveket tartalmazzák.

Készítsünk új adatbázist `balaton` néven. A mellékelt adatállományokat importáljuk az adatbázisba a fájlnévvel azonos táblanéven (**kikoto**, **kapcsolo**, **tipus**). Beolvasáskor állítsuk be a megfelelő adatformátumokat és kulcsokat. A táblákba ne vegyünk fel új mezőt.

Táblák:

hajo (id, nev, terület, ev, bejarat, szelesseg, hosszusag, megjegyzes)

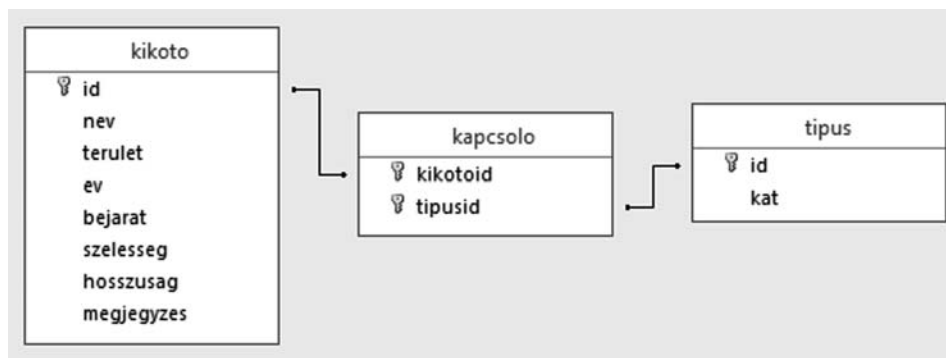
- id a kikötő azonosítója (szám), ez a kulcs;
- nev a kikötő, illetve a településének a neve (szöveg);
- terület a kikötő területe, ha zárt, körülhatárolt, különben nincs adat (szám);
- ev a kikötő építésének éve, ha ismert (szám);
- bejarat a kikötő bejáratának égtája (szöveg), például: ÉK, DNY-DK;
- szelesseg a kikötő bejárat szélességi koordinátája szögperc mértékegységben (három tizedes pontosságú valós szám);
- hosszusag a kikötő bejárat hosszúsági koordinátája szögperc mértékegységben (három tizedes pontosságú valós szám);
- megjegyzes megjegyzés a kikötő használatáról (szöveg).

kapcsolo (kikotoid, tipusid)

- kikotoid a kikötő azonosítója (szám), az összetett kulcs része;
- tipusid a műszaki jellemző, típus azonosítója (szám), az összetett kulcs része.

tipus (id, kat)

- id a típus azonosítója (szám), ez a kulcs;
- kat a műszaki felépítés, típus kategóriája (szöveg).



Készítsük el a következő feladatok megoldásait. Az egyes lekérdezéseknél ügyeljünk arra, hogy mindig csak a kért értékek jelenjenek meg és más adatok viszont ne. A megoldásainkat a zárójelben lévő néven mentsük el.

1. A Balatonon a legnagyobb sebességű szelek északi irányból érkeznek. A déli parton úgy építették a kikötőket, hogy tisztán északról védve legyenek, a bejáratok északnyugatra, vagy északkeletre nézzenek. Készítsünk lekérdezést, amely az „É” szórészletet tartalmazó bejáratú kikötők nevét és bejáratának irányát megjeleníti nyugatról keletre sorrendben. (1szak)
2. Készítsünk lekérdezést, amely történetileg az első három kiépített kikötő nevét sorolja fel. (2regiek)
3. Adjuk meg lekérdezés segítségével az egymólós, a kétmólós és karolómólós (kőszórás a kikötő körül védelmi célból) kikötők számát. (3mokok)
4. Lekérdezés segítségével soroljuk fel a Balaton nyugati medencéjének kikötőit, azaz a Tihanyi kikötőtől nyugatra lévőket. (4nyugat)
5. Lekérdezés segítségével soroljuk fel a mólóval nem rendelkező, azaz nem védett kikötők nevét. A listában minden név egyszer jelenjen meg. (5vedtelen)
6. A nyílt vízi kikötőknél nincs értelme a terület megadásának, de a többinél jellemző adat. Adjuk meg lekérdezés segítségével azon kétmólós és medencés kikötők nevét, ahol mégsem ismert a terület. (6adathiany)
7. Lekérdezés segítségével adjuk meg az egymástól legtávolabbi két kikötőt. Távoltságon a feladatban a Manhattan-távolságot értjük. A távolság meghatározásához használjuk a kikötők szélességi és hosszúsági GPS-koordinátáit. (7tavolsag)

Beküldendő egy tömörített állományban (i519.zip) az adatbázis, valamint egy rövid dokumentáció, amelyből kiderül az alkalmazott adatbázis-kezelő neve és verziószáma.

Letölthető állományok: a `kikoto.txt`, a `kapcsolo.txt` és a `tipus.txt`.

I/S. 47. Adél és Bence a következő játékot játsszák: Adél rajzol egy N szélességű és N magasságú egységoldalú négyzetekből álló négyzethálót, majd minden mezőbe beír egy egész számot. Ezután Bence választ egy K pozitív egész számot, és rajzol egy $3 \cdot 3$ db, K oldalhosszú négyzetekből álló hálót úgy, hogy $3K \leq N$ legyen. Ezután a saját K oldalú négyzetei közül kiszínezi tetszőlegesen X darabot ($1 \leq X \leq 9$), majd a saját mintáját ráilleszti a számozott négyzetrácsra úgy, hogy szélei a rácsvonalakra illeszkedjenek és a minta ne lógjon le a négyzetrácsról. Bence pontszáma a színezett terület által lefedett mezőkben lévő számok összege. Adjuk meg, hogy legföljebb hány pontot szerezhethet Bence.

Bemenet: az első sor tartalmazza az N számot. A következő N sor mindegyike N számot tartalmaz, a mezőkbe írt számokat. Az i -edik sor j -edik eleme $A_{i,j}$.

Kimenet: az elérhető legnagyobb pontszám.

Példa:

Bemenet (a / jel sortörést helyettesíti)	Kimenet
6 1 0 2 3 -3 0 / 2 1 4 -1 1 1 / 1 2 -4 1 -3 5 2 2 5 -9 1 -6 / -1 0 1 1 -1 0 / 1 -1 -3 1 3 -7	19

Korlátok: $3 \leq N \leq 100$, $-1000 \leq A_{i,j} \leq 1000$, Adél biztosan írt nemnegatív számot. *Időkorlát:* 0,5 mp.

Értékelés: a pontok 50%-a kapható, ha $N \leq 10$.

Beküldendő egy `is47.zip` tömörített állományban a megfelelően dokumentált és kommentezett forrásprogram, amely tartalmazza a megoldás lépéseit, valamint megadja, hogy a program melyik fejlesztői környezetben futtatható.

S. 146. Adott egy N elemű T tömb 1-től indexelve, amely nemnegatív egész számokat tartalmaz. Kétféle műveletet végzünk a T tömb elemeivel. Az egyik műveletben hozzáadunk a tömb néhány egymást követő eleméhez egy p értéket, vagyis adott a és b mellett minden $i \in [a, b]$ indexű $T[i]$ elem ezután $T[i] + p$ lesz. Defináljuk adott c és d esetén (ahol $d - c + 1$ páros) a következő szorzatösszeget: $T[c] \cdot T[c + 1] + T[c + 2] \cdot T[c + 3] + \dots + T[d - 1] \cdot T[d]$, amely a $[c, d]$ intervallum értéke a T tömbön. A második műveletben adjuk meg a c és d számok által meghatározott intervallum értékét. Mivel egy intervallum értéke nagyon nagy is lehet, ezért a lekérdezés eredményének $10^9 + 7$ -tel vett osztási maradékát kell megadni.

Bemenet: az első sor tartalmazza az N és Q számokat. A következő sor N számot tartalmaz, T elemeit. A következő Q sor mindegyike vagy $1 a b p$ alakú, ami azt jelenti, hogy az $[a; b]$ intervallumon minden tömbértéket megváltoztatunk p -vel; vagy $2 c d$ alakú, ami azt jelenti, hogy lekérdezzük a $[c, d]$ intervallum értékét.

Kimenet: minden 2-es típusú kérdésre adjuk meg az intervallum értékét modulo $10^9 + 7$.

Példa:

Bemenet (a / jel sortörést helyettesíti)	Kimenet (a / jel sortörést helyettesíti)
5 3 / 1 0 2 3 1 / 2 1 4 / 1 2 4 1 / 2 2 5	6 / 7

Korlátok: $1 \leq N, Q \leq 10^5$, $0 \leq T[i], p \leq 10^9$, $1 \leq a, b, c, d \leq N$, $a \leq b$, $c < d$. *Időkorlát:* 0,3 mp.

Értékelés: a pontok 50%-a kapható, ha $N \leq 100$.

Beküldendő egy `s146.zip` tömörített állományban a megfelelően dokumentált és kommentezett forrásprogram, amely tartalmazza a megoldás lépéseit, valamint megadja, hogy a program melyik fejlesztői környezetben futtatható.

A feladatok megoldásai regisztráció után a következő címen tölthetők fel:

<https://www.komal.hu/munkafuzet>

Beküldési határidő: 2020. november 15.