

A bergengóc statisztikusok szerint egy kosaras egy büntetődobása *érdekes*, ha a dobást közvetlenül követően teljesül az, hogy a sikeres dobások (az összes dobáshoz mért) százalékos aránya pozitív egész szám. (Például ha valaki az addigi összesen 40 kísérletéből 12-t bedobott, akkor az utolsó dobása érdekes volt, mert $\frac{12}{40} \cdot 100 = 30 \in \mathbb{N}^+$, viszont az ezt követő 41-edik dobás – akár sikeres, akár nem – semmiféleképpen nem lesz érdekes.)

Legalább hány érdekes büntetője volt Zicc ErWinnek?

(5 pont)

B. 5123. Andi és Bori elosztotta egymás között a SET játék* 81 kártyalapját; Andihoz 40, Borihoz 41 lap került. Mindketten megszámozzák, hogy a náluk lévő kártyák között hány olyan hármas van, ami SET-et alkot. Mennyi lehet az így kapott darabszámok összege?

(6 pont)

B. 5124. A szabályos négyoldalú gúla alaplapja az $ABCD$ négyzet, E a gúla csúcsa. Az AB és CE kitérő élek normáltranszverzálisának talppontjai az AB szakaszon P , a CE szakaszon pedig Q . Tudjuk, hogy Q felezi a CE élt. Határozzuk meg az $AP : PB$ arányt, és számítsuk ki az alaplapnak az oldallapokkal bezárt szögét.

(5 pont)

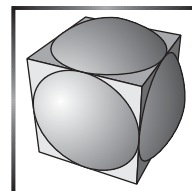
B. 5125. Az $ABCD$ húrnégyszög köré írt kör középpontja O , az AB és DC félegyenesek az E pontban metszik egymást. A BCE körben az E -vel átellenes pont F . Mutassuk meg, hogy az AC , BD és OF egyenesek egy ponton mennek át.

(6 pont)

Beküldési határidő: 2020. november 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

**Az A pontversenyben kitűzött
nehezebb feladatok
(783–785.)**



A. 783. *Poliminónak* nevezünk egy összefüggő alakzatot, ha azt egység-négyzetek oldalaik mentén történő összeillesztésével kapjuk. Legyen $n \geq 3$ egész szám. Keresünk meg n függvényében a legnagyobb pozitív egész C -t, melyre teljesül a következő feltétel: ha egy végtelen négyzetrács minden mezőjét kiszínezzük n szín valamelyikével, akkor található egy legalább c területű poliminó, mely legfeljebb $n - 1$ színt tartalmaz.

Javasolta: *Nikolai Beluhov* (Stara Zagora) és *Stefan Gerdjikov* (Szófia)

*<https://www.komal.hu/cikkek/2008-02/SET.h.shtml>.

A. 784. Legyenek n, s, t pozitív egész számok és $0 < \lambda < 1$. Adott egy n csúccsal és legalább λn^2 éllel rendelkező egyszerű gráf. Azt mondjuk, hogy az $(x_1, \dots, x_s, y_1, \dots, y_t)$ egy *jó beillesztés*, ha az x_i és y_j betűk nem feltétlenül különböző csúcsokat jelölnek, és mindegyik $x_i y_j$ éle a gráfnak ($1 \leq i \leq s, 1 \leq j \leq t$). Bizonyítsuk be, hogy a jó beillesztések száma legalább $\lambda^{st} n^{s+t}$.

Javasolta: *Williams Kada* (Cambridge)

A. 785. Legyenek $k \geq t \geq 2$ pozitív egészek. Ha $n \geq k$ egész, akkor legyen p_n annak a valószínűsége, hogy az első n pozitív egész közül véletlenszerűen választva k -t teljesül, hogy a választott k szám közül bármely t -nek a legnagyobb közös osztója 1, q_n pedig annak a valószínűsége, hogy az első n pozitív egész közül véletlenszerűen választva $(k - t + 1)$ -et a választott számok szorzata t -edik hatványmentes.

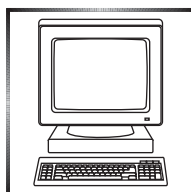
Bizonyítsuk be, hogy a p_n és q_n sorozat határértéke megegyezik.

Javasolta: *Matolcsi Dávid* (Budapest)



Beküldési határidő: 2020. november 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



Informatikából kitűzött feladatok

11	99	50	4	96	95	7	10	92	41
1	12	88	14	86	85	17	83	19	100
98	49	33	77	48	28	74	43	52	3
21	22	23	64	36	35	67	78	79	80
70	69	76	57	45	46	54	25	32	31
30	39	75	47	55	56	44	26	62	71
81	72	38	34	66	65	37	63	29	20
93	59	58	24	53	73	27	68	42	8
40	82	13	87	15	16	84	18	89	61
60	2	51	97	5	6	94	91	9	90

3 mélységű ördögkeret

I. 517. Bűvös négyzetnek nevezük az $N \times N$ darab szám négyzetes elrendezését, amelyben minden sor, minden oszlop és mind a két átló összege ugyanaz a szám. Az ördögkeret olyan bűvös négyzet, amelynek a legkülső keretét elhagyva is bűvös négyzetet kapunk. Lehetséges, hogy egy ördögkeretben több koncentrikus bűvös négyzet van egymásba ágyazva, ilyenkor a bűvös négyzet külső kereteit elhagyva végül egy olyan belső elrendezéshez jutunk, amely már nem bűvös négyzet.

Készítsünk programot `i517` néven, amely egy $N \times N$ számból álló négyzetről meghatározza, hogy milyen mélység-