Biztosak vagyunk abban, hogy más iskolákban is tanulnak olyan diákok, akik szívesen mélyednek el matematikai témákban, és élvezettel tanulmányozzák azokat akár hosszabb ideig is. Ebből kiindulva az a szándék fogalmazódott meg bennünk, hogy egymás megismerésének a céljából matematikai diákkonferenciát szerveznénk iskolánk matematikatanári munkaközösségének a közreműködésével. A konferencián bemutatnánk egymásnak kutatásaink témáját, tevékenységünket és elért eredményeinket. Az előadások témáját illetően nem lennének különösebb megkötések: szóba kerülhetnek a tananyag szempontjából periférikus témák és középiskolai szinten ismeretlen területek egyaránt. A konferenciának nem kell okvetlenül versenyjellegűnek lennie, a cél inkább valóban az lenne, hogy megismerjük egymás kutatásait, illetve véleményünkkel, tanácsainkkal, ötleteinkkel segítsük egymás további munkáját. A rendezvény egyfajta gyakorlási lehetőséget is jelentene azok részére, akik országos megmérettetésekre készülnek.

Ha sikerült valakinek az érdeklődését felkelteni, és szívesen jelentkezne a diákkonferenciára, akkor kérjük, hogy töltse ki a KöMal főoldaláról elérhető google űrlapot. Örömmel fogadjuk mindenkinek a jelentkezését: azét is, aki már részt vett versenyszerű diákkonferencián (pl. TUDOK), de azét is, aki még nem mérte össze magát másokkal ezen a téren, ám szívesen beszámolna a saját tevékenységéről. A konferencia időpontjáról, helyszínéről és lebonyolításának körülményeiről a visszajelzések alapján döntenek a szervezők. A személyes találkozás reményében kívánunk mindenkinek jó tanévet és örömteli, eredményes kutatást.

Hargitai Sára, Unyi Tamás

Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire

I. rész

1. Melyek azok az x, y egész számok, amelyekre egyszerre teljesül, hogy:

a) $x^2+y^2\leqslant 25$;

b) $|x|+|y|\geqslant 5$;

c) $\log_2(y+1-x^2)\geqslant 0$? (*12 pont*)

2. *a*) Az egyszerű hétpontú gráf csúcsainak foka rendre $3, 2, 4, 1, 2$; a másik kettőt nem ismerjük. Állapítsuk meg ezeket, ha a gráfnak 11 éle van, valamint a gráf megrajzolható egy folytonos vonallal úgy, hogy mindegyik élén pontosan egyszer haladtunk át.

b) Adjunk meg három különböző irracionális számot úgy, hogy a három szám összege és bármelyik kettő szorzata is racionális szám legyen.

c) Mutassuk meg, hogy az A és B kijelentések tetszőleges logikai értékére igaz a $\neg(A\to B)=A\wedge\neg B$ egyenlőség. (*12 pont*)

3. Oldjuk meg a valós számok halmazán a

$$\sin x + \cos x = \frac{1 - \sin(2x)}{\cos(2x)}$$

egyenletet. (*13 pont*)

4. Két horgászegyesület, az Aligai Pecások és a Bélatelepi Horgászok közös edzőtáborozást tartottak 47 fő részvételével. A csapatokban felnőtt és junior korosztályú csoportok voltak. Tudjuk, hogy:

a) minden csoport létszáma prímszám;

b) legkevesebben a junior Bélatelepi Horgászok, legtöbben a felnőtt Aligai Pecások vannak a táborban;

c) a felnőtt versenyzők összlétszáma osztható tízzel;

d) a két csapat felnőtt tagjainak létszáma között 10-nél kisebb a különbség.

Hányan vannak az egyes csoportokban? (*14 pont*)

II. rész

5. Egy húrnégyszög egyúttal érintőnégyszög is (bicentrikus négyszög). Két szomszédos oldala 9, 10 egység, az általuk bezárt szög 60°. Jelöljük O-val a körülírt, K-val a beírt kör középpontját.

a) Adjuk meg a másik két oldal hosszát.

b) Határozzuk mega a beírt- és a köréírt kör sugarát.

c) Milyen hosszú a KO távolság? (*16 pont*)

6. *a*) Vizsgáljuk meg az $a_n = n^3 - n^2$ sorozatot monotonitás és korlátosság szempontjából. Állításainkat igazoljuk.

b) Mutassuk meg, hogy a sorozat első n tagjának összege

$$\frac{n(n+1)(n-1)(3n+2)}{12}.$$ (*16 pont*)

7. Anna és Bálint szabályos dobókockával játszik. Felváltva dobnak, ha a dobott szám prímszám, akkor a számegyenesen álló bábuval egyet jobbra, ha összetett szám, akkor egyet balra lépnek. Ha egyik sem, akkor a bábu helyben marad. A bábu kezdetben a nullán áll, összesen hatszor fognak dobni. Előtte fogadnak arra, hogy a játék végén melyik számon áll majd a bábu. Anna az egyesre, Bálint a kettesre fogad.

a) Kinek mekkora esélye van a nyerésre?

Tegyük fel, hogy Anna nyerte a fogadást.

b) Mennyi a valószínűsége, hogy a játék során egyszer dobtak egyest? (*16 pont*)

8. A 2 egység élű kocka egyik csúcsát jelöljük A-val, majd állítsunk egyenlő hosszú szakaszokat a kocka A-val érintkező lapjainak középpontjába, az adott lapokra merőlegesen kifelé.

A szakaszok lapra nem illeszkedő végpontjait jelöljük P, Q, R-rel.

a) Milyen hosszúak a szakaszok, ha az A, P, Q, R pontok egy síkban vannak?

A 2 egység élű kocka lapjaira kifelé egyenlő magasságú, 2 egység oldalú négyzet alapú egyenes gúlákat helyezünk úgy, hogy a gúla alapja egybeesik a kocka adott lapjával.

b) Mekkora a gúla magassága, ha az így kapott testnek van körülírt és beírt gömbje?

c) Mekkora a gúla magassága abban az esetben, ha az így keletkezett poliédernek 14 csúcsa, 12 lapja és 24 éle lett? (*16 pont*)

9. Legyen $f(x)=2x^2-x^3$; $x\in[0;2]$. Az $f(x)$ függvény grafikonjához illesztettünk jobbról egy y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolát, amelyre az alábbiak egyszerre teljesülnek:

a) a két görbe törésmentesen csatlakozik egymáshoz a 2 abszcisszájú pontban;

b) a parabola és az x tengely által közrefogott síkidom területe egyenlő az $f(x)$ grafikonja és az x tengely által bezárt síkidom területével.

Adjuk meg a parabola egyenletét. (*16 pont*)

Németh László
Fonyód

Megoldásvázlatok a 2020/6. szám emelt szintű matematika gyakorló feladatsorához

I. rész

1. *a*) *Adott két függvény:*

$$f(x)=\frac{2x+9}{3};\qquad g(x)=\sqrt{x^2+4x+4}\,.$$

Van-e olyan $x\in\mathbb{R}$, ahol a két függvény helyettesítési értéke megegyezik? (*6 pont*)

b) *Van-e olyan p valós szám, amelyre az alábbi két kifejezés értéke egyenlő:*

$$A=\log_2(p+2)+\log_2(p-2);\qquad B=1+\log_2(p+10)?\qquad (6\ pont)$$

Megoldás. *a*) *1. megoldás.* $g(x)=\sqrt{(x+2)}^2=|x+2|$,

$$2x+9=3\cdot|x+2|.$$

Ha $x<-2$, akkor

$$2x+9=-3x-6,$$

$$x=-3.$$