

Látni való, hogy gyök alatt egy ugyanolyan típusú kifejezés (az egy mellett egy kicsi tag) szerepel, mint a kiinduló kifejezésben, ráadásul ez közelebb van az egyhez, mint az eredeti. Így az eljárás akárhányszor megismételhető, ezzel egyre több tényező hozható ki a gyök alól úgy, hogy közben az ott maradó kifejezés egyre jobban megközelíti az egyet. Mi most nem ezt az utat választjuk, hanem megelégszünk azzal, hogy megbecsüljük a

$$(F.5) \quad \sqrt{1+y} \approx 1 + \frac{y}{2}$$

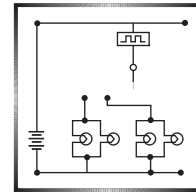
első közelítés hibáját. Ez

$$\left(1 + \frac{y}{2}\right) - \sqrt{1+y} = \frac{(y/2)^2}{(1+y/2) + \sqrt{1+y}}.$$

Ha most $|y| \ll 1$, a jobb oldal nevezője egy 2-höz közeli szám, vagyis (F.5) hibája is y^2 nagyságrendű.

Woytarovich Ferenc
Budapest

Fizika gyakorlatok megoldása



G. 693. Két teljesen hasonló vonat két párhuzamos vágányon halad egymással szemben állandó (de nem feltétlenül azonos nagyságú) sebességgel. A mozdonyok ugyanolyan hosszúságúak, mint a kocsik. Mindkét vonat 19 kocsiból és a mozdonyból áll, amely vontatja a szerelvényt. Az egyik vonaton Piri előlről a harmadik kocsiban utazik. Miután a két vonat találkozik, Piri kocsija 36 másodperc múlva kerül teljes terjedelmében Dani szemből jövő kocsija mellé, és ezt követően újabb 44 másodperc telik el, amíg a két vonat teljesen elhalad egymás mellett. Előlről hányadik kocsiban utazik Dani?

(4 pont)

Közli: Székely Zoltán, Székelyudvarhely

Megoldás. Rögzítsük a koordináta-rendszerünket ahhoz a vonathoz, amelyikben Dani utazik. Innen nézve ez a vonat áll, Piri vonata pedig mozog. Tudjuk, hogy az utóbbi vonat $36\text{ s} + 44\text{ s} = 80\text{ s}$ alatt halad el Dani vonata mellett, vagyis ennyi idő alatt teszi meg a két vonat 40 kocsihossznyi távolságát. Ezek szerint a két vonat egymáshoz viszonyított (relatív) sebessége

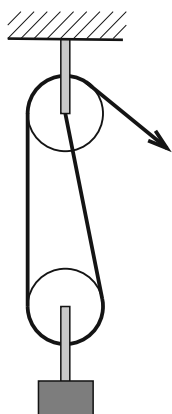
$$v = \frac{40 \text{ kocsihossz}}{80 \text{ s}} = 0,5 \frac{\text{kocsihossz}}{\text{s}}.$$

Piri kocsija $t = 36\text{ s}$ alatt $s = vt = 18$ kocsihossznyi távolságot tesz meg. Piri kocsijától a másik szerelvény első kocsija 4 kocsihossznyi távolságra van, mert közöttük

2 mozdony és 2 vasúti kocsi található. A 18 kocsitávolságból ezt a 4-et levonva megkapjuk, hogy Dani a másik szerelvény 14. kocsiában utazik.

Czirók Tamás (Budapest, Eötvös J. Gimn., 9. évf.)

65 dolgozat érkezett. Helyes 19 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 26, hiányos (1–2 pont) 20 dolgozat.



G. 701. Mekkora az ábrán látható két csiga fordulatszámának aránya, ha a sugaruk megegyezik? (A csigák közötti kötéldarabok függőlegesnek tekinthetők.)

(3 pont)

Megoldás. Mialatt a felső (álló-) csiga egyet fordul, addig az alsó (mozgó-) csigát tartó bal oldali kötélből is egy kerületnyi jön feljebb, azaz a mozgócsiga két oldalán lévő kötelekből fél-fél kerületnyi fog „hiányozni”. A mozgócsiga középpontja eszerint fél kerületnyivel kerül feljebb, tehát a mozgócsiga egy felet fordul. A fordulatszámok aránya:

$$\frac{f_{\text{mozgócsiga}}}{f_{\text{állócsiga}}} = \frac{1}{2}.$$

Schmercz Blanka (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 9. évf.)

40 dolgozat érkezett. Helyes 23 megoldás. Kicsit hiányos (2 pont) 5, hiányos (1 pont) 11, hibás 1 dolgozat.

G. 704. Ha a Torricelli-kísérletet a tengerszinten végezzük el, akkor az üvegcsőben 76 cm magasra emelkedik a higany. Egy igen magas hegyen azonban csak 40 cm-es higanyoszlop-magasságot mérünk. Milyen magas lehet a hegy?

(3 pont)

Megoldás. A Torricelli-kísérletben a higanyoszlop magassága a külső légnyomással arányos. (A nyomás régebben használt egysége a Hgmm, ami 1 mm magas higanyoszlop nyomásával egyezik meg.) A megadott szám adatok mellett

$$\frac{p_{\text{hegyen}}}{p_{\text{tengerszinten}}} = \frac{40}{76} \approx 0,53.$$

Ismert, hogy a légnyomás 5,5 km-enként kb. a felére csökken. (Forrás: <https://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termeszet tudomanyok/fizika/fizika-7-evfolyam/a-legnyomas/a-legnyomas-valtozasa>) Mivel esetünkben a nyomások aránya kicsit több, mint $\frac{1}{2}$, ezért a hegy 5500 m-nél kicsit alacsonyabb, 5000 m körüli lehet. Ez mindenképpen csak egy becslés, mert a légnyomás az időjárási viszonyoktól és a hőmérséklettől is függ.

Cynolter Dorottya (Budapest, Veres Pálné Gimn., 9. évf.)
dolgozata alapján

55 dolgozat érkezett. Helyes 16 megoldás. Hiányos (1–2 pont) 34, hibás 5 dolgozat.