

**B. 5115.** Ali erszényében  $n$  darab érme lapul, Babának pedig van  $n - 1$  darab, kezdetben üres erszénye. Baba a következő játékot játssza: a kezdetben egy erszényben lévő érmeiket szétosztja két erszénybe, egyikbe  $a_1$ , másikba  $b_1$  érmet téve ( $a_1, b_1 > 0$ ), és a táblára felírja az  $a_1 b_1$  szorzatot. Majd innentől (az előzőhöz hasonlóan) a  $k$ -edik lépésben ( $k = 2, 3, \dots$ ) kiválaszt egy legalább két érmet tartalmazó erszényt, a benne lévő érmeiket szétosztja két üres erszénybe, egyikbe  $a_k$ , másikba  $b_k$  érmet téve ( $a_k, b_k > 0$ ), és a táblára felírja az  $a_k b_k$  szorzatot.

A játék akkor ér véget, ha minden erszénybe 1-1 érme került. Ekkor Ali kiszámolja a táblán lévő  $a_k b_k$  szorzatok összegét és ennyi aranyat ad Babának.

Legfeljebb mennyi aranyat kaphat Baba?

(5 pont)

**B. 5116.** Legyen  $a, b, c > 0$  és  $x, y, z \geq 0$ . Igazoljuk, hogy ha  $x + aby \leq a(y + z)$ ,  $y + bcx \leq b(z + x)$ , és  $z + cax \leq c(x + y)$ , akkor  $x = y = z = 0$  vagy  $a = b = c = 1$ .

(6 pont)

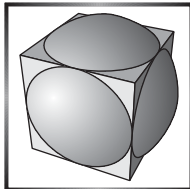
Javasolta: *George Stoica* (Saint John, Kanada)

**B. 5117.** Az  $A, B, C, D$  pontok (ebben a sorrendben) egy egyenesre esnek. Az  $AB, BC$  és  $CD$  szakaszokra (azonos félsíkban) emelt szabályos háromszögek harmadik csúcsai legyenek rendre  $E, F$ , illetve  $G$ . Jelöljük az egyenesen szomszédos pontok távolságát a következőképpen:  $AB = a, BC = b, CD = c$ . Mutassuk meg, hogy az  $EFG$  akkor és csak akkor  $120^\circ$ -os, ha  $a + c = b$  vagy  $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{b}$ .

(6 pont)

**Beküldési határidő: 2020. október 10.**

**Elektronikus munkafüzet:** <https://www.komal.hu/munkafuzet>



**Az A pontversenyben kitűzött  
nehezebb feladatok  
(780–782.)**

**A. 780.** Egy  $n \times n$ -es táblázatot kiszíneztünk úgy, hogy minden  $2 \times 2$ -es részben legyen legalább két azonos színű mező. Legfeljebb hány színt használhattunk a színezésben?

A *Dürer-verseny* feladata alapján

**A. 781.** Szeretnénk körzővel és vonalzóval megszerkeszteni egy egyenlő szárú háromszöget. Ehhez a következő négy adatból kapunk meg kettőt: a háromszög alapjának hossza ( $a$ ), a háromszög szárának hossza ( $b$ ), a beírt körének sugara ( $r$ ), a körülírt körének sugara ( $R$ ). A hat lehetséges esetből melyek azok, amikor a háromszög biztosan megszerkeszthető?

*Rubóczky György* (Budapest) ötlete alapján

**A. 782.** Bizonyítsuk be, hogy egy síkbarajzolható egyszerű gráf éleit mindig lehet úgy irányítani, hogy minden pont kifoka legfeljebb három legyen.

*Angol versenyfeladat*

**Beküldési határidő: 2020. október 10.**

**Elektronikus munkafüzet:** <https://www.komal.hu/munkafuzet>



## Informatikából kitűzött feladatok



**I. 514.** A helyiértékes számrendszerekben a számok számjegyeit a számrendszer alapszámának megfelelő hatványával szorozzuk, hogy megkapjuk a szám értékét. Például a 143 esetében  $1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$ , azaz  $100 + 40 + 3$  a szám értéke. A negatív számokat egy előjellel jelöljük, de a felírás itt is ugyanúgy történik. Ha azonban alapszámnak egy negatív számot választunk, akkor nem lesz szükségünk előjelre. Legyen a számrendszer alapszáma  $-10$ . Ekkor a  $-10$  alapú számrendszerben felírt szám számjegyeit  $-10$  hatványaival szorozzuk, tehát a  $345_{-10}$  szám értéke  $3 \cdot (-10)^2 + 4 \cdot (-10)^1 + 5 \cdot (-10)^0$ , vagyis 265. Könnyen belátható, hogy a  $-10$  alapú számrendszerben is egyértelmű a számok felírása, de nincs szükség a negatív számok esetében az előjelre. Például  $-25 = -30 + 5$ , tehát  $-10$  alapú számrendszerben  $35_{-10}$ .

Készítsünk programot, amely  $N$  darab 10-es számrendszerben megadott számot átvált  $-10$ -es számrendszerbe. A program a standard bemenet első sorából olvassa be az átváltandó számok darabszámát ( $1 \leq N \leq 100$ ), majd a következő  $N$  sorból az átváltandó  $A$  számokat ( $|A| \leq 10^9$ ), és írja a standard kimenet  $N$  darab sorába a számok felírását  $-10$  alapú számrendszerben.

*Példa:*

Standard bemenet	Standard kimenet
3	1832
-228	166
46	361
241	

Beküldendő egy tömörített `i514.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

**I. 515.** A bűvös négyzetek  $N \times N$  egész számot tartalmaznak négyzetes elrendezésben. Minden szám egyedi, nem ismétlődik, és bármely sorban, oszlopban, valamint az átlókban szereplő számok összege ugyanaz az érték.