koordinátori csapatában is dolgozott. A versenyről készült tájékoztató kiadványban[2] megtalálható az összes szervező és közreműködő.

Az IMO-tól egy kicsit eltért ez a verseny, hiszen mindkét napon 5 órán át lehetett dolgozni és mindkét napon 4 feladatot tűztek ki. A szervezők szándéka szerint ezek egyre nehezedtek, az első könnyebb, a többi IMO szintű volt. Végül 75 ország 555 versenyzője mérte össze tudását. A magyar csapat az országok sorrendjében 14. lett. Kocsis Anett és Weisz Máté arany-, Gyimesi Péter, Hámori Janka és Tóth Balázs ezüst-, Fleiner Zsigmond és Várkonyi Zsombor bronzérmet szereztek, Kovács Tamás dicséretet kapott. A háromnapos dombóvári program a feladatok javításával és a megoldások megbeszélésével zárult. Egy ilyen verseny nyilvánvalóan közel sem teremti meg a szokásos IMO atmoszféráját, másrészről viszont örülhetünk, hogy a járványhelyzet ellenére nemzetközi megmérettetésben vehettünk részt, jó, biztonságos körülmények között, minimális utazással, szervezéssel. A verseny honlapján[3] megnézhetjük a videós „záróünnepséget” és a részletes eredménylistát is.

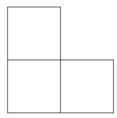
Vajon mit hoz a jövő? Az utazós világversenyek helyett ilyenekre számítsunk? Egyelőre ezt még nem lehet tudni, mindenesetre most készülhetünk és várhatjuk augusztus végén a MEMO-t es a szeptemberi online IMO-t.

Írta **Dobos Sándor** Mátrafüreden, a MaMuT táborban, augusztus 5-én

A CMC verseny feladatai

Első nap

1. feladat. Tekintsünk egy $n \times n$ egységnégyzetből álló táblát. A tábla főátlója abból az n egységnégyzetből áll, amelyek a bal felső sarkot a jobb alsóval összekötő átló mentén vannak. Van korlátlan számú ilyen csempénk:



A csempéket elforgathatjuk. Úgy szeretnénk csempéket elhelyezni a táblán, hogy mind- egyik csempe pontosan három egységnégyzetet fedjen le, a csempék ne fedjék át egymást, a főátló egységnégyzetei közül semelyik se legyen lefedve, és minden más egységnégyzet pontosan egyszer legyen lefedve. Mely $n \geqslant 2$ számokra lehetséges ez?

2. feladat. Legyen $f(x) = 3x^2 + 1$. Bizonyítandó, hogy bármely adott pozitív egész n esetén az

$$f(1) \cdot f(2) \cdot \ldots \cdot f(n)$$

szorzatnak legfeljebb n különböző prímosztója van.

[2] `https://data.artofproblemsolving.com/images/contests/CMC_brochure.pdf`
[3] `https://artofproblemsolving.com/contests/cmc`

3. feladat. Legyen ABC olyan háromszög, amelyre $AB > BC$, és legyen D a BC szakasznak egy változó belső pontja. Legyen E az a pont az ABC háromszög körülírt körén, a BC-nek A-val ellentétes oldalán, amelyre $BAE\sphericalangle = DAC\sphericalangle$. Legyen I az ABD háromszög beírt körének középpontja, és legyen J az ACE háromszög beírt körének középpontja. Bizonyítandó, hogy az IJ egyenes átmegy egy rögzített ponton, amely független D-től.

4. feladat. Legyen n páratlan pozitív egész. Egy $n \times n$ mezőből álló sakktábla bizonyos mezőit zöldre színezzük. Az derül ki, hogy a sakkjáték-beli király bármely zöld mezőről bármely másik zöld mezőre el tud jutni lépések véges sorozatával úgy, hogy eközben csak zöld mezőkön halad át. Bizonyítandó, hogy ezt legfeljebb $\frac{n^2-1}{2}$ lépésben mindig meg tudja tenni. (A király egy lépésben egy mezőről akkor és csak akkor léphet át egy másikra, ha a két mezőnek van közös csúcsa vagy oldala.)

Második nap

5. feladat. Egy táblára 2020 darab pozitív egész szám van felírva. Zuming minden percben letöröl két számot és helyettük az összegüket, különbségüket, szorzatukat vagy hányadosukat írja fel. Ha például Zuming a 6 és 3 számokat törli le, akkor a $\{6+3, 6-3, 3-6, 6\cdot 3, 6:3, 3:6\} = \left\{9, 3, -3, 18, 2, \frac{1}{2}\right\}$ halmaz egy elemével helyettesíti őket. 2019 perc után Zuming a -2020 számot írja fel egyetlenként a táblára. Mutassuk meg, hogy ugyanezen szabályokkal, ugyanabból a 2020 darab egész számból indulva az is lehetséges lett volna, hogy Zuming egyetlen számként a 2020-szal fejezze be az eljárást.

6. feladat. Határozzuk meg mindazon $n \geqslant 3$ egészeket, amelyekre a következő állítás igaz: Ha a P konvex n-szögnek $n-1$ oldala egyenlő hosszúságú és $n-1$ szöge egyenlő nagyságú, akkor P szabályos sokszög. (Egy sokszög *szabályos,* ha minden oldala egyenlő hosszúságú és minden szöge egyenlő nagyságú.)

7. feladat. Egy $n \times n$ méretű tábla n^2 mezejének mindegyikét feketére vagy fehérre színezzük. Jelölje a_i a fehér mezők számát az i-edik sorban, és jelölje b_i a fekete mezők számát az i-edik oszlopban. Határozzuk meg $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i b_i$ maximális értékét a tábla összes kiszínezésére nézve.

8. feladat. Legyen $a_1, a_2, \ldots$ pozitív valós számok végtelen sorozata úgy, hogy minden pozitív egész n esetén

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_{n_1}^2}{n+1}}.$$

Bizonyítandó, hogy az $a_1, a_2, \ldots$ sorozat konstans.