

A körív alakú huzaldarab tehetetlenségi nyomatéka $\Theta_1 = m\ell^2$ (hiszen minden pontja ℓ távolságra van a forgástengelytől).

A második esetben s_2 egy ℓ oldalhosszú szabályos háromszög magassága, tehát

$$s_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \ell,$$

a kiegyenesített huzal tehetetlenségi nyomatéka pedig (a Steiner-tételt alkalmazva):

$$\Theta_2 = \frac{1}{12}m\ell^2 + m \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\ell\right)^2 = \frac{5}{6}m\ell^2.$$

Ezek szerint a két periódusidő hányadosa:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta_2}{mgs_2}}}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta_1}{mgs_1}}} = \sqrt{\frac{\Theta_2 \cdot s_1}{\Theta_1 \cdot s_2}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{6}m\ell^2 \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \cdot \ell}{m\ell^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \ell}} = \sqrt{\frac{10 \cdot \sin \frac{1}{2}}{3\sqrt{3}}} = 0,96.$$

Jánosik Áron (Győr, Révai Miklós Gimn., 12. évf.)

Megjegyzés. Az (1) összefüggés *elemi* úton, fizikai megfontolásokat felhasználva is levezethető. Képzeljünk el egy ℓ sugarú kör alakú, ρ vonalmenti tömegsűrűségű, hajlékony kötelet, amely (a súlytalanság állapotában) ω szögsebességgel forog a középpontján átmenő, a síkjára merőleges tengely körül.

Írjuk fel a kötél α nyílásszögű, tehát $\ell\alpha$ hosszúságú és $m = \rho\ell\alpha$ tömegű darabjának mozgásegyenletét! A kötél igen kicsi darabkájának mozgásegyenletéből adódik, hogy a kötelet feszítő érintőirányú erő $F_0 = \rho\omega^2$. Másrészt a körívdarab tömegközéppontjának sugárirányú gyorsulása $a = s_1\omega^2$, így a mozgásegyenlet:

$$F = 2F_0 \sin(\alpha/2) = ma, \quad \text{vagyis} \quad 2\rho\omega^2 \sin(\alpha/2) = \rho\ell\alpha s_1\omega^2,$$

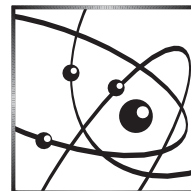
ahonnan a tömegközéppont és a körív középpontjának távolsága:

$$s_1 = \frac{\sin(\alpha/2)}{(\alpha/2)} \ell.$$

(Holics László)

34 dolgozat érkezett. Helyes 14 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 10, hiányos (1–3 pont) 7, hibás 3 dolgozat.

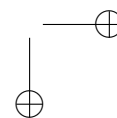
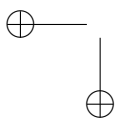
Fizikából kitűzött feladatok

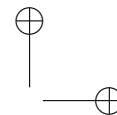
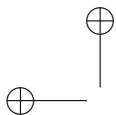


M. 396. Mérjük meg a cellulxszalag vastagságát!

(6 pont)

Közli: Gnädig Péter, Vácduka





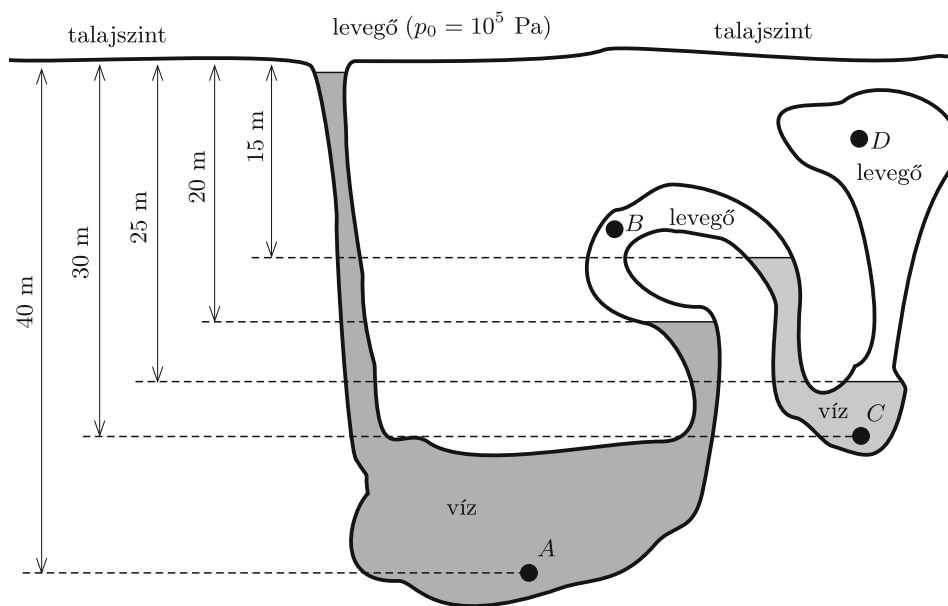
G. 709. Tarzan az íjával célba veszi Maki majmot a fán. Az ellövés pillanatában a nyílvevő éppen a Maki kezében lévő banánra mutat. Ugyanebben a pillanatban a majom ijedtében elejti a banánt. Mit talál el a nyílvevő, ha a légeellenállástól eltekinthetünk?

(3 pont)

G. 710. Anna és Zalán osztálytársak, egy egyenes utcában két különböző házban laknak. Minden reggel ugyanakkor lépnek ki a kapun, és egyenletesen haladva mennek az iskolába. Zalán távolabb lakik az iskolától, de ő a gyorsabb, bizonyos idő alatt utoléri Annát. Egyik alkalommal Anna hamarabb szeretne találkozni Zalánnal, és emiatt egymás felé indulnak el. Ekkor a szokásosnál ötször hamarabb találkoznak. Hányszor gyorsabb Zalán Annánál?

(3 pont)

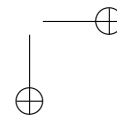
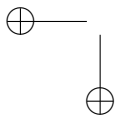
G. 711. Egy zárt, föld alatti üreg egy kürtővel csatlakozik a külvilághoz. Az üreg bizonyos részeiben víz van. Határozzuk meg a nyomást az ábrán feltüntetett A , B , C és D pontokban!

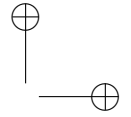
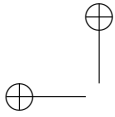


(4 pont)

G. 712. Állítás: Nem túlságosan alacsony hőmérsékleten a fémek moláris hőkapacitása közelítőleg azonos értékű, mégpedig $3R = 24,9 \text{ J}/(\text{mol K})$, ahol R a Regnault-konstans, ismertebb nevén a gázállandó. Vizsgáljuk meg, hány százalékos pontossággal teljesül ez az állítás alumínium, arany, ezüst, réz és vas esetében!

(3 pont)





P. 5230. A rétegelt acél (hibásan damaszkuszi acél) két eltérő széntartalmú réteg összekovácsolásával készül, amit – a leveles tésztához hasonlóan – duplájára nyújtanak, majd félbe hajtanak. Hányszor kellene megismételni ezt a műveletet, hogy egyetlen réteg vastagsága atomi méretű legyen, ha kezdetben az acél vastagsága 3 mm volt?

(3 pont)

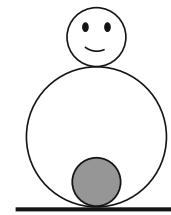
Közli: *Vass Miklós*, Budapest

P. 5231. Egy almát a szára tövével három egyforma hosszú, egyforma teherbírású fonálon tartunk. A fonalak felső végeit vízszintes síkban lassan távolítjuk egymástól úgy, hogy a fonalak páronként mindig ugyanakkora szöget zárnak be egymással. A fonalak akkor szakadnak el, amikor páronként éppen merőlegesek egymásra. Ha két ugyanilyen fonálhoz erősítenénk ugyanezt az almát, majd a fonalak felső végeit ugyanúgy vízszintes síkban távolítanánk egymástól, milyen szöget zárnának be egymással a fonalak, amikor elszakadnának?

(4 pont)

Közli: *Nagy Piroska Mária*, Budapest

P. 5232. Vékony falú, celloidból készült keljfeljancsi alsó gömbjének sugara 3 cm. A játék belsejébe, alul egy 2 cm átmérőjű acélgolyót rögzítettek. A keljfeljancsit lassan kitérítjük úgy, hogy szimmetriatengelye a függőlegessel 30° -os szöget zárjon be. Mekkora lesz a játék szögsebessége abban a pillanatban, amikor a tengelye átlendül a függőleges helyzetben? (A tapadó súrlódás elég nagy, a játék nem csúszik meg a talajon. A gördülő súrlódástól és a közegellenállástól eltekinthetünk.)



(4 pont)

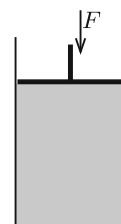
Közli: *Kis Tamás*, Heves

P. 5233. Egy levelibéka egy tőle vízszintesen s távolságra, de h magasságban lévő levélre akar a talajról felugrani. Milyen irányba és mekkora sebességgel kell elrugaszkodnia, hogy a legkevesebb energiára legyen ehhez szüksége?

(5 pont)

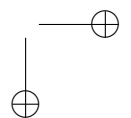
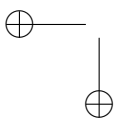
Közli: *Woynarovich Ferenc*, Budapest

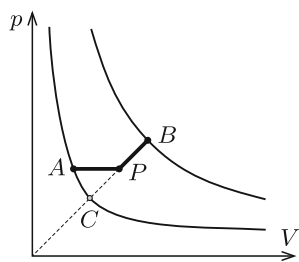
P. 5234. Az *ábra* szerinti, függőleges szimmetriatengelyű, hengeres tartályt felül egy súlytalannak tekinthető dugattyú zár el. A 7 dm^3 térfogatú edényben nincs levegő, csak T hőmérsékletű, telített vízgőzt tartalmaz. Mekkora munkát végzünk, ha a dugattyút lassan addig nyomjuk le, míg az folyadékba nem ütközik? A folyamat során az egész rendszer hőmérséklete állandó. Számítsuk ki és ábrázoljuk a végzett munkát a T hőmérséklet függvényében, ahol $100^\circ\text{C} \leq T \leq 370^\circ\text{C}$. (A telített vízgőz nyomására, sűrűségére és a víz sűrűségére vonatkozó adatokat vegyük a Négyjegyű függvénytáblázatokból!)



(4 pont)

Közli: *Légrádi Imre*, Sopron





P. 5235. $n = 2$ mol anyagmennyiségű, egyatomos ideális gáz az ábrán látható $A \rightarrow P \rightarrow B$ folyamatot végzi. A gáz hőmérséklete a kiinduló állapotban $T_1 = 280$ K, a végállapotban $T_2 = 4T_1$. Az AP szakasz párhuzamos a V tengellyel, a BC szakasz meghosszabbítása átmegy az origón, a P pont pedig a BC szakasz felezőpontja.

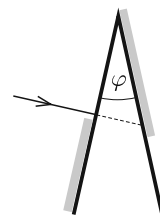
a) Határozzuk meg a gáz hőmérsékletét a P állapotban!

b) Mennyi hőt vesz fel a gáz az $A \rightarrow P \rightarrow B$ folyamatban?

(5 pont)

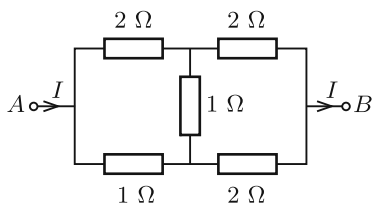
Közli: Kotek László, Pécs

P. 5236. Egy üvegprizma egyik lapjára merőlegesen esik egy fénysugár, amely a prizma másik oldalán, felül még nem tud kilépni, mert az a rész tükröző anyaggal van bevonva. A prizma első oldalát a belépési pont alatt ugyancsak tükröző anyaggal vonták be, ezért a fény ezen a részen sem tud kilépni az üvegből, hanem visszaverődik. Végül a túlsó oldalon kilépő fénysugár a prizmához érkező fénysugár irányához képest 40° -kal térül el. Mekkora a prizma törésszöge, ha az anyagának törésmutatója 1,5?



(4 pont)

Közli: Zsigri Ferenc, Budapest



P. 5237. Az ábrán látható ellenállásrendszer A pontjában 40 mA erősségű áram folyik be, és a B pontnál folyik ki.

a) Mekkora áram folyik át az egyes ellenállásokon?

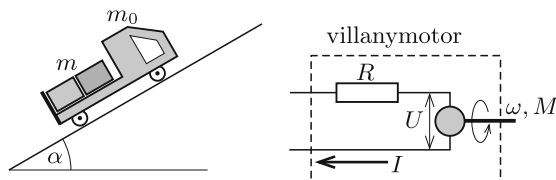
b) Mekkora az egyes ellenállásokra eső elektromos teljesítmény?

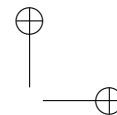
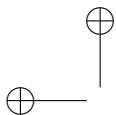
c) Mekkora egyetlen ellenállással lehetne helyettesíteni az ellenállásrendszert?

(4 pont)

Közli: Simon Péter, Pécs

P. 5238. Egy m_0 tömegű elektromos játékautó m tömegű teherrel a platóján állandó sebességgel halad felfelé egy α hajlásszögű lejtőn. Az r sugarú kerekeket meghajtó villanymotort állandósult állapotban modellezhetjük egy R ellenállással sorosan kapcsolt olyan áramköri elemmel, amelynek U feszültsége a tengely ω szögsebességével arányos ($U = \gamma\omega$), az I árama pedig a tengelyek által kifejtett M forgatónyomatékkal arányos ($I = M/\gamma$). A kisautó egy olyan teleppel működik, amelynek üresjáratú feszültsége U_0 , belső ellenállása pedig R_b .





Adatok: $m = 300$ g, $\alpha = 30^\circ$, $r = 2$ cm, $\gamma = 1,2$ Vs, $U_0 = 4,5$ V, $R = 0,8$ Ω , $R_b = 1,2$ Ω . (A kerekek és a lejtő közötti tapadási súrlódás elég nagy, így az autó nem csúszik meg.)

a) Mekkora állandósult sebességgel halad a kisautó, ha $m = 600$ g teher van a platóján?

b) Mekkora m teher esetén lesz a legjobb a szállítás hatásfoka? (A hatásfokon a teher emelésére fordított energia és a telep által leadott energia hányadosát értjük.)

(5 pont)

Közli: *Olosz Balázs*, Pécs

P. 5239. Egy vékony, elhanyagolható tömegű, 21 cm hosszú, merev rúd végein egy-egy azonos tömegű, pontszerűnek tekinthető, kicsiny test van. Ezt a rudat a közepénél fogva felfüggesztjük egy olyan vékony, rugalmas szálra, hogy az így kapott torziós inga kis kitérések esetén mérhető lengésideje viszonylag nagy, 600 másodperc legyen. Ezután az ingát belógatjuk két, egyenként 600 kg tömegű, nagy ólomgolyó közé, középre. Az ólomgolyók középpontjai egymástól 70 cm-re vannak. Mennyi lesz az inga lengésideje kis kitérések esetén, ha az ingarúd kezdetben

a) a két golyó középpontját összekötő vízszintes szakaszon van;

b) az előbbi esetre merőleges helyzetű?

Megjegyzés. Hasonló módon határozta meg Eötvös Loránd a gravitációs állandót, két, mintegy 600 kg tömegű ólomhasáb és egy hasonlóan nagy lengésidejű torziós inga segítségével. A feladatban a gravitációs állandó ismert értékének felhasználásával kell a kétféle lengésidejét kiszámítani. (Lásd még a P. 5166. feladat megoldását a KöMaL 2020. évi márciusi számában.)

(6 pont)

Közli: *Radnai Gyula*, Budapest



Beküldési határidő: 2020. június 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518



MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS
(Volume 70. No. 5. May 2020)

Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition C (see page 288): **Exercises up to grade 10: C. 1609.** Solve the following simultaneous equations over the set of real numbers: $x + y + \frac{x}{y} = 19$, $\frac{x(x+y)}{y} = 60$. **C. 1610.** In a unit circle, the diameter AB and

