Fizika feladatok megoldása

P. 5186. *Egy szánkó és a rajta ülő gyerek együttes tömege* 25 kg. *A csúszási súrlódási tényező a hóban* 0,05.

a) *Szeretnénk vízszintes terepen állandó sebességgel húzni a szánkót. Mekkora vízszintes erő szükséges ehhez?*

b) *A szánkót vízszintes, havas talajon* 2 *másodpercen át* 50 N *erővel felgyorsítjuk álló helyzetből, majd magára hagyjuk. Mekkora utat tesz meg a szánkó az indulás és a megállás között?*

(*3 pont*) *Tarján Imre emlékverseny* (Szolnok) feladata alapján

Megoldás. A következő adatokat ismerjük:
a szánkó és a gyerek össztömege: $m = 25$ kg,
a súrlódási együttható: $\mu = 0{,}05$,
a nehézségi gyorsulás: $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$,
a gyorsítás ideje: $t_1 = 2$ s,
a húzóerő a gyorsítás során: $F_1 = 50$ N.

a) Egyenletes mozgásnál a szánkó húzásához szükséges erő – Newton I. törvénye szerint – megegyezik a súrlódási erővel:

$$F = S = \mu m g \approx 12{,}3\ \mathrm{N}.$$

b) Amíg gyorsítjuk a szánkót, a dinamika alapegyenlete szerint:

$$m a_1 = F_1 - S = F_1 - \mu m g,$$

vagyis a szánkó gyorsulása:

$$a_1 = \frac{F_1}{m} - \mu g = 1{,}51\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Ilyen gyorsulással t_1 idő alatt megtett út:

$$s_1 = \frac{a_1}{2} t_1^2 = 3{,}0\ \mathrm{m},$$

és a szánkó sebessége a gyorsítási szakasz végén

$$v_1 = a_1 t_1 = 3{,}0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Miután magára hagyjuk a szánkót, vízszintes irányban csak a súrlódási erő fog rá hatni. A mozgásegyenlet ekkor

$$m a_2 = -S = -\mu m g,$$

vagyis a lassulása:

$$|a_2| = \mu g = 0{,}49\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

A magára hagyott szánkó

$$t_2 = \frac{v_1}{|a_2|} = 6{,}1\ \mathrm{s}$$

ideig fog még mozogni, és a megállásáig (az átlagsebességgel számolva) további

$$s_2 = \frac{v_1 t_2}{2} = 9{,}2\ \mathrm{m}$$

távolságra jut.

A szánkó tehát az indulásától a megállásáig összesen

$$s_1 + s_2 = 12{,}2\ \mathrm{m}$$

utat tesz meg.

Szabó László (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll., 12. évf.) dolgozata alapján

74 dolgozat érkezett. Helyes 41 megoldás. Kicsit hiányos (2 pont) 22, hiányos (1 pont) 11 dolgozat.

P. 5190. *Egy vékony falú, függőlegesen álló üvegcső alul szabályos félgömb alakú. A cső átmérője* 10 cm. *Vizet töltünk a csőbe,* 20 cm *magasan. A cső tengelye mentén, a vízfelület felett* 30 cm *magasan egy kicsiny fényforrás világít.*

a) Hova tegyünk egy ernyőt, hogy azon a fényforrás éles képe jelenjen meg?

b) Mekkora a kép nagyítása?

(A víz törésmutatója $n = 4/3$.)

(*5 pont*) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Megoldás. Ha egy n_1 törésmutatójú közeget R sugarú gömbfelület választ el egy másik, n_2 törésmutatójú közegtől, akkor az optikai tengelyhez közel haladó fénysugarakra a leképezési törvény így teljesül:

$$\frac{n_1}{t} + \frac{n_2}{k} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \tag{1}$$

A képletben R akkor pozitív, ha a gömbfelület középpontja a kép oldalán helyezkedik el. A leképezés nagyítása (az optikai tengelyre merőleges irányban):

$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t} \cdot \frac{n_1}{n_2}. \tag{2}$$

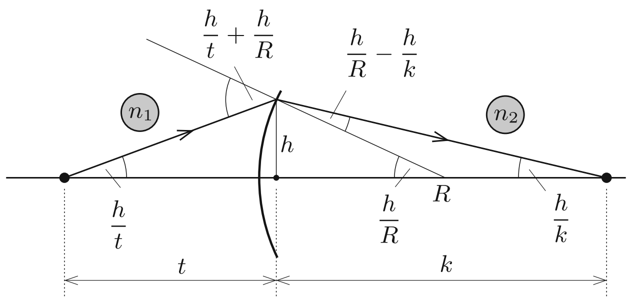
Megjegyzés. Ezeket az összefüggéseket az *1. ábra* és a *2. ábra* alapján – a Snellius–Descartes-törvény alkalmazásával – láthatjuk be, ha a kicsiny szögek szinuszát és tangensét magukkal a szögekkel közelítjük. Az ábrákról leolvashatjuk, hogy

$$n_1\left(\frac{h}{t} + \frac{h}{R}\right) = n_2\left(\frac{h}{R} - \frac{h}{k}\right),$$

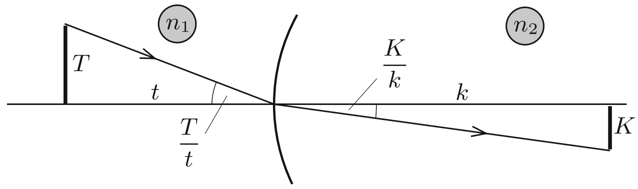
ami (1)-gyel egyenértékű, továbbá

$$\frac{T}{t} n_1 = \frac{K}{k} n_2,$$

ami a nagyítás (2) összefüggésének felel meg.



1. ábra



2. ábra

Kövessük végig a fényforrásból kiinduló fénysugarak útját felületről felületre. A levegőből a vízbe jutó fényre a tárgytávolság $t_1 = 30$ cm, és $n_1 = 1$. A sík felületnél $1/R$ helyébe 0 írható. A vízben $n_2 = n = \frac{4}{3}$, így (1) és (2) szerint

$$k_1 = -40 \text{ cm} \qquad \text{és} \qquad N_1 = \frac{-40 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} \cdot \frac{3}{4} = -1.$$

A negatív képtávolság azt jelenti, hogy a kép látszólagos (virtuális), tehát a tárgy oldalán (a vízfelszín *felett*), a vízfelszíntől 40 cm távolságban jön létre. (Ezt a képet a víz alól nézve látnánk.) A nagyítás negatív előjele azt mutatja, hogy a kép *egyenes* állású.

A második leképezést az $n_1 = \frac{4}{3}$ törésmutatójú vízből az $n_2 = 1$ törésmutatójú levegőbe átlépő fénysugarak hozzák létre. Mivel most a tárgytávolság

$$t_2 = 40 \text{ cm} - k_1 = 60 \text{ cm},$$

továbbá $R = -5$ cm (hiszen a félgömb középpontja a tárgy oldalán található), az (1) és (2) összefüggések szerint

$$\frac{4/3}{60 \text{ cm}} + \frac{1}{k_2} = \frac{1 - 4/3}{-5 \text{ cm}}, \qquad \text{ahonnan} \qquad k_2 = 22{,}5 \text{ cm}.$$

A második leképezés nagyítása (2) alkalmazásával:

$$N_2 = \frac{22{,}5\ \text{cm}}{60\ \text{cm}} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{2}.$$

a) Ezek szerint a félgömb aljától 22,5 cm távolságban elhelyezett ernyőn kapjuk a fényforrás éles képét, ha megfelelő fényrekesszel biztosítjuk, hogy csak az üvegcső tengelyéhez közeli fénysugarak vegyenek részt a leképezésben.

b) A kép nagyítása: $N = |N_1 \cdot N_2| = \frac{1}{2}$.

Bokor Endre (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)
dolgozata felhasználásával

6 dolgozat érkezett. Helyes Bokor Endre, Ludányi Levente és Nguyễn Đức Anh Quân megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (1–3 pont) 2 dolgozat.

P. 5194. *Tekintsünk két azonos méretű, de a köztük lévő* 0,2 m *távolsághoz képest kicsiny fémgömböt! A két gömbnek különböző töltése van, és* 1,2 N *erővel vonzzák egymást. A gömböket összeérintjük, majd visszahelyezzük őket az eredeti helyükre. Azt találjuk, hogy most taszítják egymást, de az erő nagysága az előzővel azonos. Mennyi volt a fémgömbök eredeti töltése?*

(*4 pont*) *Tornyai Sándor fizikaverseny,* Hódmezővásárhely

Megoldás. Ismert adatok: $r = 0{,}2$ m, $F = 1{,}2$ N és $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$.

Legyen a fémgömbök kezdeti előjeles töltése Q és q. A gömbök összeérintése után a töltésük kiegyenlítődik, nagyságuk $\frac{Q+q}{2}$ lesz. A Coulomb-féle erőtörvény szerint fennáll:

$$k\frac{Qq}{r^2} = -F, \tag{1}$$

illetve

$$k\frac{\left(\frac{Q+q}{2}\right)^2}{r^2} = +F. \tag{2}$$

Az (1) egyenletből kifejezve q-t, és azt (2)-be helyettesítve Q-ra a következő egyenletet kapjuk:

$$Q^4 - 6Q^2\,\frac{Fr^2}{k} + \frac{F^2r^4}{k^2} = 0.$$

Ebből (a Q^2-re másodfokú) egyenletből Q-ra négy megoldás adódik:

$$Q_1 = 5{,}575 \cdot 10^{-6}\ \text{C},$$

$$Q_2 = -5{,}575 \cdot 10^{-6}\ \text{C},$$

$$Q_3 = 9{,}566 \cdot 10^{-7}\ \text{C},$$

$$Q_4 = -9{,}566 \cdot 10^{-7}\ \text{C},$$

és a másik töltésre:

$$q_1 = -9{,}566 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C},$$

$$q_2 = +9{,}566 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C},$$

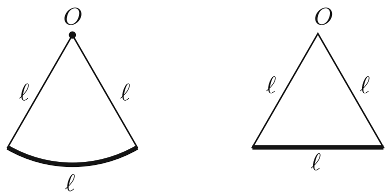
$$q_3 = -5{,}575 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C},$$

$$q_4 = +5{,}575 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}.$$

Látható, hogy (a gömbök felcserélését és a töltések előjelének felcserélését leszámítva) a négy megoldás lényegében megegyezik: az egyik fémgömb kezdeti töltése 5,58 μC nagyságú, a másiké pedig (ellenkező előjellel) 0,96 μC nagyságú volt.

Dékány Csaba (Győr, Révai M. Gimn., 10. évf.)

46 dolgozat érkezett. Helyes 19 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 15, hiányos (1–2 pont) 12 dolgozat.



P. 5199. *Az* ábrán *látható ℓ hosszú, körív alakú, vékony (de kellően merev) fémhuzal mindkét végpontját ℓ hosszúságú, igen könnyű fonállal a körív O középpontjához erősítjük. Az így elkészített inga az* ábra *függőleges síkjában T_1 periódusidejű, kis kitérésű lengéseket végezhet az O pont körül. Ha a fémhuzalt kiegyenesítjük, az így átalakított test az ábra síkjában T_2 periódusidejű, kis kitérésű lengéseket végezhet. Mekkora a T_2/T_1 arány?*

(*5 pont*) Közli: *Simon Péter,* Pécs

Megoldás. Mindkét esetben a fizikai inga lengésidejének ismert

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta}{mgs}}$$

képletét alkalmazhatjuk (amelyben m a huzal tömege, s a tömegközéppont távolsága a felfüggesztési ponttól, Θ pedig az O pontra vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték).

Az első esetben a körívhez tartozó középponti szög

$$\alpha = \frac{\text{ívhossz}}{\text{sugár}} = \frac{\ell}{\ell} = 1\ \text{radián}.$$

Egy ilyen huzaldarab tömegközéppontjának távolsága a tengelyétől (a függvénytáblázatban megtalálható képlet alapján)

$$s_1 = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \cdot \ell = \frac{\sin\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \cdot \ell. \tag{1}$$

A körív alakú huzaldarab tehetetlenségi nyomatéka $\Theta_1 = m\ell^2$ (hiszen minden pontja ℓ távolságra van a forgástengelytől).

A második esetben s_2 egy ℓ oldalhosszú szabályos háromszög magassága, tehát

$$s_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \ell,$$

a kiegyenesített huzal tehetetlenségi nyomatéka pedig (a Steiner-tételt alkalmazva):

$$\Theta_2 = \frac{1}{12} m\ell^2 + m \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\ell\right)^2 = \frac{5}{6} m\ell^2.$$

Ezek szerint a két periódusidő hányadosa:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta_2}{mgs_2}}}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta_1}{mgs_1}}} = \sqrt{\frac{\Theta_2 \cdot s_1}{\Theta_1 \cdot s_2}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{6} m\ell^2 \cdot \frac{\sin\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \cdot \ell}{m\ell^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \ell}} = \sqrt{\frac{10 \cdot \sin\frac{1}{2}}{3\sqrt{3}}} = 0{,}96.$$

Jánosik Áron (Győr, Révai Miklós Gimn., 12. évf.)

Megjegyzés. Az (1) összefüggés *elemi* úton, fizikai megfontolásokat felhasználva is levezethető. Képzeljünk el egy ℓ sugarú kör alakú, ϱ vonalmenti tömegsűrűségű, hajlékony kötelet, amely (a súlytalanság állapotában) ω szögsebességgel forog a középpontján átmenő, a síkjára merőleges tengely körül.

Írjuk fel a kötél α nyílásszögű, tehát $\ell\alpha$ hosszúságú és $m = \varrho\ell\alpha$ tömegű darabjának mozgásegyenletét! A kötél igen kicsi darabkájának mozgásegyenletéből adódik, hogy a kötelet feszítő érintőirányú erő $F_0 = \varrho\omega^2$. Másrészt a körívdarab tömegközéppontjának sugárirányú gyorsulása $a = s_1\omega^2$, így a mozgásegyenlet:

$$F = 2F_0 \sin(\alpha/2) = ma, \qquad \text{vagyis} \qquad 2\varrho\omega^2 \sin(\alpha/2) = \varrho\ell\alpha s_1\omega^2,$$

ahonnan a tömegközéppont és a körív középpontjának távolsága:

$$s_1 = \frac{\sin(\alpha/2)}{(\alpha/2)}\,\ell.$$

(Holics László)

34 dolgozat érkezett. Helyes 14 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 10, hiányos (1–3 pont) 7, hibás 3 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 396. Mérjük meg a celluxszalag vastagságát!

(*6 pont*) Közli: *Gnädig Péter,* Vácduka