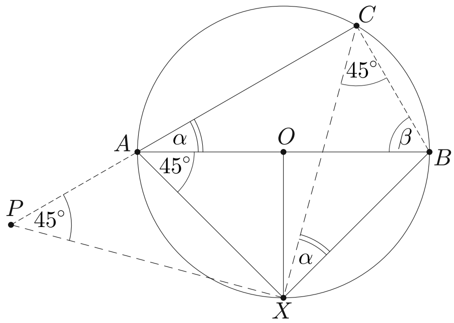
Megoldás. Azt fogjuk megmutatni, hogy az XAP és XBC háromszögek egybevágók. Ebből azonnal adódik, hogy $BC = AP$. Mivel $BXA\sphericalangle = CXP\sphericalangle = 90°$, ezért mindkettőből kivonva a $CXA\sphericalangle$ szöget, látjuk, hogy $BXC\sphericalangle = AXP\sphericalangle$. Az X pont az AB ív felezőpontja, ezért $XA = XB$. Végül felhasználva, hogy $BCAX$ húrnégyszög:



$$XBC\sphericalangle = 180° - XAC\sphericalangle = XAP\sphericalangle.$$

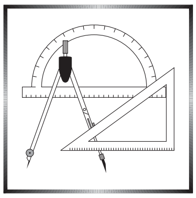
A két háromszögnek egy-egy oldala és a rajta fekvő szögek megegyeznek, tehát a két háromszög egybevágó. Így oldalaik páronként egyforma hosszúságúak, vagyis $BC = AP$.

Vu Phuong Nam (High School for The Gifted, VNU-HCM, Ho Si Minh-város, 10. évf.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A két háromszög egybevágóságának bizonyításához az is felhasználható, hogy az ábrán jelzett szögek $BCX\sphericalangle = XCA\sphericalangle = BAX\sphericalangle = APX\sphericalangle = 45°$.

Összesen 74 dolgozat érkezett. 3 pontos 52, 2 pontos 19 tanuló dolgozata. 1 pontot 3 tanuló kapott.

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1602–1608.)



Feladatok 10. évfolyamig

C. 1602. Két tizedikes és két tizenegyedikes diák nekiült az áprilisi KöMaL C feladatok megoldásának*. Egy óra elteltével azt vették észre, hogy minden feladatra pontosan egyvalaki tudott megoldást adni közülük, valamint, hogy mindenki megoldott legalább egy feladatot. Hányféle felosztásban dolgozhattak a példákon, ha mindenki csak a saját korosztályának megfelelő feladatokkal foglalkozott? (Különbözőnek tekintünk két felosztást, ha van legalább egy feladat, amit más old meg.)

*Minden hónapban hét gyakorlatot tűzünk ki, ebből az 1–5. gyakorlatokra a legfeljebb 10. évfolyamosok, a 3–7. gyakorlatokra pedig a 11–12. évfolyamosok küldhetnek be megoldást.

C. 1603. Az ABC egyenlőszárú háromszög A csúcsából induló magasságvonal a BC szárt T-ben metszi, a magasságpontot jelölje M, a beírt körének középpontját pedig O. Bizonyítsuk be, hogy ha az OT egyenes párhuzamos az AB alappal, akkor $MC = 2AM$.

Feladatok mindenkinek

C. 1604. A mezőgazdasági kiállításon és vásáron egy termelő az általa előállított vetőmaggal jelentkezett. Összesen 1225 csomagot hozott: 1 db 1 grammos, 2 db 2 grammos, 3 db 3 grammos, $\ldots$, k db k grammos csomagot – 1-től k-ig minden pozitív egész szám előfordul. Átlagosan hány gramm vetőmag volt egy csomagban?

C. 1605. Az $ABCD$ konvex négyszög átlóinak metszéspontja M. Az ABM háromszög területe nagyobb a CDM háromszög területénél. A négyszög BC oldalának felezőpontja P, CD oldalának felezőpontja pedig Q, $AP + AQ = \sqrt{2}$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor az $ABCD$ négyszög területe kisebb, mint 1.

C. 1606. Egy téglatest két oldallapjának területe 40, illetve 56 területegység. A testátló hossza $\sqrt{138}$ egység. Mekkora lehet a téglatest felszíne, illetve térfogata?

Kiss Sándor (Nyíregyháza)

Feladatok 11. évfolyamtól

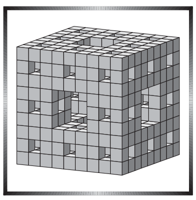
C. 1607. A 4 és a 9 közé leírunk néhány 4-est, majd mellé még ugyanannyi 8-ast (például 4489). Bizonyítsuk be, hogy az így kapott szám négyzetszám.

C. 1608. Jelmezbálra szeretnénk elkészíteni kartonból egy vietnámi kalapot. A kalap egy 97,18° nyílásszögű egyenes körkúp, amelynek alkotója 28 cm hosszú. Elkészíthető-e egy ilyen méretű kalap a kereskedelemben kapható 50×70 cm-es kartonpapírból?

❄

Beküldési határidő: 2020. május 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5094–5101.)

B. 5094. Igazoljuk, hogy ha két derékszögű háromszög területe és kerülete megegyezik, akkor egybevágók.

(*3 pont*) *Kiss Sándor* (Nyíregyháza)