a) *kelet felé repül,*

b) *nyugat felé repül?*

(A repülőgépet időnként a levegőben töltik fel üzemanyaggal.)

(*4 pont*) *Zétényi Gergő* (Óbudai Harrer Pál Ált. Isk.) kérdése alapján

Megoldás. Ha a repülő a Földön állna, akkor 48 óra alatt 2 napfelkeltét és 2 naplementét látna a rajta utazó utas, hiszen ennyi idő alatt a Föld kettőt fordul.

a) A repülőgép 48 óra alatt egyszer kerüli meg a Földet. Ha a gép kelet felé, vagyis a Föld forgási irányával megegyező irányba repül, akkor az utasok (a $2+1=3$ fordulatnak megfelelően) 3 napfelkeltét és 3 naplementét látnak 48 óra alatt. Így a napnyugta és a napkelte között a repülőgépen $\frac{48}{6}=8$ óra telik el.

b) Ha a repülőgép nyugat felé, vagyis a Föld forgási irányával ellentétes irányba halad, akkor 48 óra alatt az utasok (a $2-1=1$ fordulatnak megfelelően) csak 1 napkeltét és 1 napnyugtát látnak. Ennek megfelelően a napnyugta és a napkelte között a repülőgépen $\frac{48}{2}=24$ óra telik el.

Sebestyén József Tas (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 8. évf.)

54 dolgozat érkezett. Helyes 26 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 6, hiányos (1–2 pont) 18, hibás 4 dolgozat.

Fizika feladatok megoldása

P. 5122. *Egy autó fékútja száraz, vízszintes aszfalton* 50 km/h *sebességnél legalább* 13 méter, *azaz ennyi utat tesz meg az autó a fékezés megkezdésétől a megállás pillanatáig. (A fékút definíciójában nem szerepel sem az ember, sem az autó reakcióideje.)*

Mekkora ugyanennek az autónak a minimális fékútja 20 km/h *sebességnél egy szokatlanul meredek,* 30°*-os hajlásszögű (kb.* 58%*-os!) lejtőn?* Vizsgáljuk a felfelé és a lefelé haladás esetét is!*

(*4 pont*) Közli: *Széchenyi Gábor,* Budapest

Megoldás. A teljes rendszerre felírhatjuk a munkatételt. Ha a lejtő dőlésszöge α, a fékút hossza s, az autó és terhelésének együttes tömege m, a nehézségi

*A világ legmeredekebb utcája az Új-Zélandon, Dunedin városában található, 350 méter hosszú Baldwin Street, ami 38°-os, tehát 78%-os meredekségű.

gyorsulás g és a súrlódási együttható μ, akkor

$$\mu mgs\cos\alpha=\frac{1}{2}mv^2\pm mgs\sin\alpha.$$

(A pozitív előjel a lefelé haladó, a negatív pedig a felfelé haladó autónál érvényes.)

Az első esetben $\alpha_1=0$, tehát

$$\mu mgs_1=\frac{1}{2}mv_1^2\quad\Rightarrow\quad\mu=0{,}76.$$

A második esetben $\alpha_2=30^\circ$, így fennáll:

$$\mu mgs_2\cos 30^\circ=\frac{1}{2}mv_2^2\pm mgs_2\sin 30^\circ.$$

Ebből adódóan a fékút

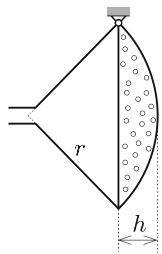
a) a lejtős úton lefelé haladó autónál $s_2^{(\mathrm{le})}\approx 10$ m;

b) a lejtőn felfelé pedig $s_2^{(\mathrm{fel})}\approx 1{,}4$ m.

Varga Vázsony (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.)

56 dolgozat érkezett. Helyes 24 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 3, hiányos (1–2 pont) 28, hibás 1 dolgozat.

P. 5156. *Vékony lemezből készült öntözőkanna gömbcikk alakú rózsáját peremkörének egyik pontjánál az ábrán látható módon csuklósan rögzítettük. Mekkora a h/r arány, ha egyensúlyi állapotban a test tengelye vízszintes? (A vékony lemez homogén, állandó vastagságú. A rózsa vízbevezető csövecskéjének méretét és a kifolyónyílások összes területét tekintsük elhanyagolhatóan kicsinek.)*

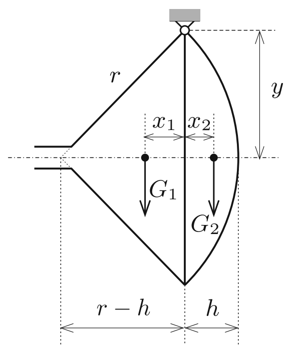


(*5 pont*) Közli: *Németh László,* Fonyód

Megoldás. A rózsa két részre osztható fel; egy kúppalástra és egy gömbsüvegre. Egyensúly esetén a két rész súlyából adódó forgatónyomatékok kiegyenlítik egymást:

$$G_1x_1=G_2x_2,$$

ahol G_1 és G_2 a részeknek (az $A_{1,2}$-vel jelölt felszínükkel arányos) súlya, x_1 és x_2 pedig az egyes részek tömegközéppontjának az elválasztó síktól mért távolsága (lásd az *ábrát*). (Mivel a rózsa forgásszimmetrikus, a tömegközéppontok nyilván a szimmetriatengelyen helyezkednek el.) Az egyensúly feltétele tehát így is felírható:



(1) $$A_1x_1=A_2x_2.$$

A kúppalást felszíne (ha az alapkörének sugara y):

$$A_1 = \pi r y, \tag{2}$$

a tömegközéppontja pedig (lásd pl. a Függvénytáblázat 198. oldalát):

$$x_1 = \frac{r-h}{3}. \tag{3}$$

Egy r sugarú gömbfelületből kivágott, h vastagságú gömbsüveg felszíne (lásd pl. a Függvénytáblázat 66. oldalát)

$$A_2 = 2\pi r h, \tag{4}$$

a tömegközéppontjának távolsága a körlap középpontjától pedig

$$x_2 = \frac{h}{2}. \tag{5}$$

Ez utóbbi úgy látható be, hogy gondolatban szétvágjuk a h magas gömbsüveget nagyon sok, egyforma vastag gömbövre. Ezeknek a gömböveknek a felszíne, és emiatt a tömegük is ugyanakkora, tehát az egész gömbsüveg tömegközéppontja a „középső gömböv" középpontjában, a h felénél található.

Írjuk vissza (2)–(5) alapján számított értékeket (1)-be:

$$\pi r y \frac{r-h}{3} = 2\pi r h \frac{h}{2},$$

vagyis

$$y\,\frac{r-h}{3} = h^2. \tag{6}$$

Határozzuk meg y-t az ábrán látható derékszögű háromszögből:

$$y^2 = r^2 - (r-h)^2, \qquad \text{vagyis} \qquad y = \sqrt{h(2r-h)}.$$

Ezt (6)-ba helyettesítve a

$$\sqrt{h(2r-h)}\,\frac{r-h}{3} = h^2$$

egyenletet kapjuk. Ebből négyzetre emelés és algebrai átalakítások után következik, hogy

$$10\frac{h^3}{r^3} - 4\frac{h^2}{r^2} + 5\frac{h}{r} - 2 = 0.$$

Ez az $x \equiv h/r$ arányra nézve harmadfokú egyenlet:

$$10x^3 - 4x^2 + 5x - 2 \equiv (5x-2)(2x^2+1) = 0,$$

aminek egyik gyöke $x = 2/5$, a másik két gyöke pedig nem valós.

Az egyensúlyban lévő test tengelye tehát $h/r = 2/5$ arány esetén lesz vízszintes.

Fülöp Sámuel Sihombing (Pécs, Leőwey Klára Gimn., 12. évf.)

Megjegyzések. 1. Ha a fenti gondolatmenet helyett már a megoldás elején azt tételezzük fel, hogy a rózsa két részének tömege megegyezik, vagyis hogy $G_1 = G_2$, akkor az egyensúly feltétele $x_1 = x_2$ lesz. Ez a h/r arányra egy elsőfokú egyenletet jelent:

$$\frac{r-h}{3} = \frac{h}{2},$$

aminek megoldása: $h/r = 2/5$. Visszahelyettesítéssel megkapjuk, hogy ilyen arányszám esetén $A_1 = A_2$, vagyis a kezdeti feltevésünk helyes volt. Ez azonban nem bizonyítja, hogy más arányszám esetén nem lehet egyensúlyban a test a vízszintes tengelyállás mellett. A két félrész tömege (és súlyponttávolsága) általában különbözik egymástól, és csak $h/r = 2/5$ aránynál egyeznek meg.

2. Több versenyző a forgásszimmetriára hivatkozva azt állította, hogy az egyensúly feltétele ugyanaz, mint ami a kétdimenziós esetben lenne, amikor az alakzat egy háromszögből és egy körcikkből állna. Ez azonban *hibás* állítás!

3. Érdekes, hogy a háromdimenziós esetben (vagyis egy tömör kúp és egy gömbszelet összeillesztésénél) is $h/r = 2/5$ aránynál lesz a tengely egyensúlyi helyzete vízszintes.

24 dolgozat érkezett. Helyes 7 megoldás. Kicsit hiányos (3–4 pont) 3, hiányos (1–2 pont) 7, hibás 7 dolgozat.

P. 5157. *Céllövéskor a gyorsabb vagy a lassabb lövedék térül el jobban a Föld forgása következtében fellépő tehetetlenségi (Coriolis-) erő hatására?*

(*4 pont*) Közli: *Vass Miklós,* Budapest

I. megoldás. Ismert, hogy az inerciarendszerekhez képest állandó ω szögsebességgel forgó (például a Földhöz rögzített) vonatkoztatási rendszerekben csak akkor érvényes a dinamika alaptörvénye, ha a „valódi erők" mellett ún. tehetetlenségi erőket is beleírunk a mozgásegyenletbe. Ilyen tehetetlenségi erő az $mr\omega^2$ nagyságú centrifugális erő és a $2mv\omega\sin\alpha$ nagyságú *Coriolis-erő.* (r a vizsgált test és a forgástengely távolsága, v a test sebessége a gyorsuló koordináta-rendszerhez képest, α pedig a sebességvektor és a forgástengely szöge. Mivel esetünkben $v \ll r\omega$, a centrifugális erőt elhanyagolhatjuk a Coriolis-erő mellett.)

Lőjünk ki egy lövedéket az északi félteke α szélességi fokánál vízszintesen, pontosan észak felé. A lövedék sebessége legyen v, a céltábla távolsága pedig pedig L. A lövedék mozgásának ideje (ha a fékeződését nem vesszük figyelembe): $t = L/v$. A Coriolis-erő ebben az esetben $F = 2mv\omega\sin\alpha$ nagyságú, iránya vízszintes és kelet felé mutat. Ezen erő hatására a lövedék kelet felé is gyorsul

$$a = \frac{F}{m} = 2v\omega\sin\alpha$$

(állandó) gyorsulással, így az északi iránytól való eltérülésének nagysága a céltáblánál:

$$\Delta y = \frac{a}{2}t^2 = \frac{L^2\omega\sin\alpha}{v}.$$

Látható, hogy nagyobb sebességű lövedék kevésbé terül el, mint a lassabb.

Somlán Gellért (Pécs, Leőwey Klára Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján

II. megoldás. Az eltérülés nagyságát kiszámíthatjuk a forgásmentes inerciarendszrben is. Itt csak a függőleges irányú nehézségi erő hat a lövedékre, így annak vízszintes irányú mozgása egyenletes. A Föld (és vele együtt a fegyver) kelet felé fordul el, a kerületi sebessége a kilövés helyénél $v_1 = R\omega\cos\alpha$ (R a Föld sugara). Ezzel a sebességgel haladva a lövedék a becsapódásig eltelő $t = L/v$ idő alatt

$$y_1 = v_1 t = \frac{LR\omega}{v}\cos\alpha$$

utat tesz meg.

Ugyanennyi idő alatt a céltábla is elmozdul kelet felé, de mivel a kilövés helyénél L távolsággal északabbra, az $\alpha + (L/R)$ szögnek megfelelő szélességi körön helyezkedik el, a céltábla elmozdulása y_1-nél egy kicsit kevesebb, mindössze

$$y_2 = \frac{LR\omega}{v}\cos\left(\alpha + \frac{L}{R}\right).$$

Vegyük figyelembe, hogy $L \ll R$, emiatt jogos a

$$\cos\left(\alpha + \frac{L}{R}\right) = \cos\alpha\,\cos\frac{L}{R} - \sin\alpha\,\sin\frac{L}{R} \approx \cos\alpha - \frac{L}{R}\sin\alpha$$

közelítés.

Mivel $y_2 < y_1$, az eltolódás mértéke kelet felé

$$\Delta y = y_1 - y_2 = \frac{LR\omega}{v}\frac{L}{R}\sin\alpha = \frac{L^2 v\omega\sin\alpha}{v} = \frac{\text{állandó}}{v}.$$

Látható, hogy azonos körülmények között a nagyobb sebességű lövedék kevésbé térül el a Föld forgása miatt, mint a kisebb sebességű.

Mihalik Bálint (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn., 10. évf.) és
Sepsi Csombor Márton (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn., 11. évf.)
dolgozata felhasználásával

55 dolgozat érkezett. Helyes 25 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 1, hiányos (1–2 pont) 23, hibás 6 dolgozat.

P. 5158. *Táblázati adatok felhasználásával határozzuk meg, hogy egy kuktafazékban lévő,* 120 °C*-os telített vízgőz a sűrűség szempontjából mekkora hibával tekinthető ideális gáznak!*

(*3 pont*) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Megoldás. Táblázati adatok szerint* a telített gőz nyomása a megadott hőmérsékleten: $p = 0{,}20$ MPa. Az ideális gáz állapotegyenlete segítségével számolt sűrűség:

$$\varrho_{\text{számított}} = \frac{M}{R}\,\frac{p}{T} = \frac{(18\cdot 10^{-3}\ \text{kg})\cdot(2{,}0\cdot 10^{5}\ \text{Pa})}{\left(8{,}31\ \frac{\text{J}}{\text{kg mol}}\right)\cdot(393\ \text{K})} \approx 1{,}10\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

*forrás: `www.muszeroldal.hu/assistance/telitettvizgoz.html`

Ezt összehasonlítva a $\varrho_{\text{mért}} = 1{,}13\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$-es adattal, megállapíthatjuk, hogy az eltérés csupán 3 százalék.

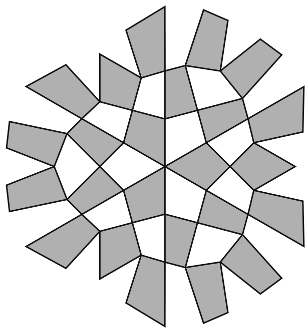
Rácz Tamás Gáspár (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 10. évf.)

33 dolgozat érkezett. Helyes Pálfi Fanni, Rácz Tamás Gáspár és Toronyi András megoldása. Kicsit hiányos (2 pont) 9, hiányos (1 pont) 17, hibás 4 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 393. Egy sodrott spárgát vagy fonalat függesszünk fel, majd terheljük meg különböző súlyokkal! Kezünkkel folyamatosan fékezve engedjük kitekeredni a szálat egészen addig, amíg egyensúlyi állapotba nem jut. Hogyan függ a szál aljának elfordulása a terheléstől?

(*6 pont*) Közli: *Tichy Géza,* Budapest



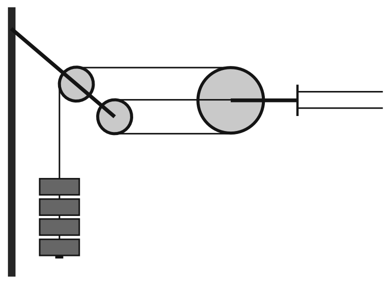
G. 697. Belenézünk egy kaleidoszkópba; a látvány egy részét az *ábra* mutatja. Hol helyezkedhetnek el a kaleidoszkóp tükrei?

(*3 pont*)

G. 698. Három tömör kockánk van, amelyek oldalélei 1 cm, 3 cm és 9 cm. Hányszor nagyobb nyomást fejt ki a kockákból épített torony a vízszintes asztallapra, ha a legnagyobb kocka helyett a legkisebbet helyezzük alulra?

(*3 pont*)

G. 699. Pályaudvarokon, vasútállomásokon figyelhetjük meg, hogy elektromos vezetékeket például az *ábrán* látható módon csigákon átvetett drótkötélre akasztott, nehéz súlyokkal feszítenek ki.



a) Miért előnyösebb ez a módszer, mintha fix rögzítése lenne a felsővezetéknek?

b) Mekkora erő feszíti a dupla vezeték egyes szálait, ha a feszítősúlyok együttes tömege 300 kg?

c) Egy verőfényes, felhőtlen napon hogyan változik a súlyok helyzete reggeltől estig?

(*4 pont*)