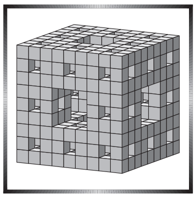


A B pontversenyben kitűzött feladatok (5070–5077.)

B. 5070. Egy szigeten kétféle ember él. Az igazmondók mindig igazat mondanak, a hazudósok mindig hazudnak. Tíz szigetlakó között kiosztottuk az $1, 2, \ldots, 10$ számokat. Mindenki egy-egy különböző számot kapott. Ezután mindenkinek feltették a következő három kérdést: „A te számod páros?", „A te számod osztható 4-gyel?", „A te számod osztható 5-tel?". Az első kérdésre hárman, a másodikra hatan, a harmadikra pedig ketten válaszoltak igennel. Mely számok vannak hazudósoknál?

(*4 pont*) Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

B. 5071. Legyen az ABC háromszög BC oldalának B-hez közelebbi harmadolópontja A_1, a C-hez közelebbi harmadolópontja A_2, a CA oldal C-hez közelebbi harmadolópontja B_1, az A-hoz közelebbi harmadolópontja B_2, végül az AB oldal A-hoz közelebbi harmadolópontja C_1, a B-hez közelebbi harmadolópontja C_2. Bizonyítsuk be, hogy az $A_1B_1C_1$ és $B_2C_2A_2$ háromszögek egybevágók és területük az ABC háromszög területének harmadával egyenlő.

(*3 pont*) Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

B. 5072. Igazoljuk, hogy $\left[\sqrt{n}+\sqrt{n+3}\right]=\left[\sqrt{4n+5}\right]$ bármely pozitív egész n esetén.

(*3 pont*) Javasolta: *Imre Tamás* (Marosvásárhely)

B. 5073. Az ABC háromszögbe írt körnek a háromszögoldalakkal párhuzamos érintői a háromszögből három kis háromszöget vágnak le, az ezekbe írt körök sugara 2, 3 és 10 egység. Mutassuk meg, hogy az ABC háromszög derékszögű.

(*4 pont*) Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

B. 5074. Mely pozitív egész n-ekre és különböző (pozitív) p, q, r prímszámokra teljesül, hogy

$$\frac{1}{pq}+\frac{1}{pr^3}+\frac{1}{qr^2}=\frac{1}{n}?$$

(*5 pont*) Javasolta: *Holló Gábor* (Budapest)

B. 5075. Az $ABCD$ konvex négyszög AD és BC oldalainak felezőpontja E, illetve F. Az EF szakasz az AC átlót a P pontban, a BD átlót Q-ban metszi. Bizonyítsuk be, hogy az AEP és BFQ körök az AB egyenesen metszik egymást.

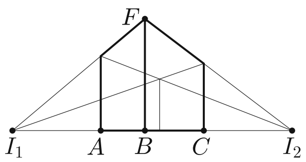
(*5 pont*) Javasolta: *Holló Gábor* (Budapest)

B. 5076. Oldjuk meg az

$$x+y+z+v=0,$$
$$x^2+y^2+z^2+v^2=12,$$
$$x^3+y^3+z^3+v^3=24$$

egyenletrendszert a valós számnégyesek halmazán.

(*6 pont*)

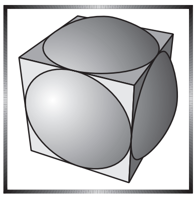


B. 5077. Egy kocka két iránypontos perspektív képét szeretnénk elkészíteni az *ábra* szerint. A két iránypont $I_1=(-9;0)$ és $I_2=(10;0)$; a kocka három csúcsának képe $A=(-3;0)$, $B=(0;0)$ és $C=(4;0)$. Mekkora legyen az F pont y-koordinátája?

(*6 pont*)

Beküldési határidő: 2020. február 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄



Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (767–768.)

A. 767. Egy $n\times n$-es táblázat mezői mind különböző színűre vannak színezve. Egy lépés abból áll, hogy kiválasztunk egy sort, abban minden mezőt eggyel jobbra tolunk, a sor jobb szélső mezőjét pedig berakjuk a sor bal szélén lévő mező helyére; vagy kiválasztunk egy oszlopot, abban minden mezőt eggyel lefelé tolunk, és az oszlop legalsó mezőjét berakjuk az oszlop tetején lévő mező helyére. Milyen n esetén lehet ilyen lépésekkel az n^2 darab mező összes lehetséges elrendezését megkapni?

Javasolta: *Schweitzer Ádám*

A. 768. Legyen S egy olyan síkbeli alakzat, melyet néhány (véges sok) egységnégyzet uniójaként állítottunk elő. Bizonyítandó, hogy S kerületének és területének az aránya legfeljebb 8.

❄

Beküldési határidő: 2020. február 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518