A nyolcszögbe írható kör középpontja az AE szakasz felezőpontja: $K\big(5;5+5\sqrt{2}\,\big)$. A kör sugara megegyezik a K pont második koordinátájával: $r=5+5\sqrt{2}\,$. A kör egyenlete:

$$(x-5)^2+\Big(y-\big(5+5\sqrt{2}\,\big)\Big)^2=\big(5+5\sqrt{2}\,\big)^2\ \big(=75+50\sqrt{2}\,\big).$$

c)

$$PK^2=(17-5)^2+\Big(17-\big(5+5\sqrt{2}\,\big)\Big)^2=12^2+\big(12-5\sqrt{2}\,\big)^2=$$
$$=338-120\sqrt{2}\,.$$

Megmutatjuk, hogy ez nagyobb, mint a kör sugarának a négyzete, és ekkor P valóban külső pontja a körnek:

$$338-120\sqrt{2}>75+50\sqrt{2}\,,\quad 263>170\sqrt{2}\,,\quad \text{azaz}\quad \frac{263}{170}>\sqrt{2}\,.$$

Ez utóbbi egyenlőtlenség igaz, mert a bal oldal nagyobb, a jobb oldal pedig kisebb 1,5-nél.

Másrészt $17<10+5\sqrt{2}$ ekvivalens $1{,}4<\sqrt{2}$-vel, ami (például a négyzetre emeléssel kapott $1{,}96<2$ miatt) szintén igaz. Ezért P első koordinátája kisebb a C és D csúcsok első koordinátájánál (de nagyobb a többi csúcs első koordinátájánál), valamint kisebb a D és G csúcsok második koordinátájánál (de nagyobb a C és H csúcsok második koordinátájánál), ezért P a $CDGH$ téglalapnak, így a nyolcszögnek is belső pontja.

Koncz Levente
Budapest

59. Rátz László Vándorgyűlés
Gödöllő, 2019. július 3–6.

Az idei vándorgyűlést Gödöllőn rendezte meg a Bolyai János Matematikai Társulat. A környezet gyönyörű volt, az előadásokhoz közeli szállás is minden igényt kielégített, és ismét lehetett egymással sokat beszélgetni.

A vándorgyűlésről szóló részletes beszámoló a tervek szerint az Érintő Elektronikus Matematikai Lapok decemberi számában (`http://www.ematlap.hu`) lesz olvasható. Az előadások anyagai megtekinthetők a vándorgyűlés honlapján (`http://www.bolyai.hu/rlv2019.htm`).

A 2020-as vándorgyűlés helyszíne Eger lesz.

A középiskolai tanárok versenyének feladatai

1. Hány lapja van annak a hasábnak, amelynek 2019 éle van? (A) 673; (B) 675; (C) 1346; (D) 1348; (E) 2019.

2. Gazdálkodó Gerzsonnak 11 lova, 12 tehene, 13 libája, 14 kacsája és 15 tyúkja van. Hánnyal több lába van összesen az állatainak, mint feje? (A) 65; (B) 94; (C) 111; (D) 137; (E) 141.

3. Mennyi az xy szorzat értéke, ha $2^x = 15$ és $15^y = 32$?
(A) 5; (B) $\log_2 15 + \log_{15} 32$; (C) $\log_2 47$; (D) 7; (E) $\sqrt{47}$.

4. A családot apa, anya és a gyerekek alkotják. A család átlagéletkora 18 év. A 38 éves apa nélkül a család átlagéletkora csak 14 év. Hány gyerek van a családban? (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4; (E) 5.

5. Hány valós gyöke van az $\Big|\big||x+7|-3\big|-2\Big| = 1$ egyenletnek? (A) 4; (B) 5; (C) 6; (D) 7; (E) 8.

6. A kecskeiskolában egy szám *kecskerekítésének* hívják a számegyenesen hozzá legközelebb eső olyan egész számot, amely különböző számjegyekből áll, és ha ezeket a számjegyeket csökkenő sorrendbe rendezzük, akkor az egymást követő számjegyek különbsége 1. (Például a 27 kecskerekítése a 23, a 4817 kecskerekítése a 4765.) A 2019 és a 848 számok kecskerekítéseit összeadtuk, majd az összeget kecskerekítettük. Melyik számjegy állt a százas helyi értéken az így kapott számban? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 8; (E) 9.

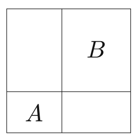
7. Az $y = x^2 - 7x + 10$ egyenletű parabola összesen három pontban metszi a koordináta-rendszer tengelyeit. Hány területegység a metszéspontok által meghatározott háromszög területe? (A) 10; (B) 12; (C) 13; (D) 14; (E) 15.

8. Gombóc Artúr zsebpénzének 36%-át étcsokoládéra, 24%-át tejcsokoládéra költötte. Megmaradt pénzének a 35%-án vásárolt egy könyvet „Édes fogyókúra csak csokival" címmel, így már csak 221 garasa maradt. Hány garast költött étcsokoládéra? (A) 204; (B) 306; (C) 408; (D) 510; (E) 612.

9. Egy állatsimogatóban a gyerekeknek és a pónilovaknak összesen 37 fejük és 112 lábuk van. Hány gyerek van az állatsimogatóban? (A) 14; (B) 18; (C) 19; (D) 23; (E) 28.

10. Az $ABCD$ trapéz AB és CD oldala párhuzamos, $AB = 50$ cm és $CD = 20$ cm. Az E pont az AB alap azon belső pontja, amelyre a DE szakasz a trapézt két egyenlő területű részre osztja. Hány centiméterre van az E pont a trapéz A csúcsától? (A) 25; (B) 30; (C) 35; (D) 40; (E) 45.

11. A *Kerge Birka* rockzenekar koncertjén a közönség $\frac{2}{5}$ része magyar. A külföldiek $\frac{7}{12}$ része férfi. A nők $\frac{6}{11}$ része magyar. A közönségnek hány százaléka férfi? (A) 35; (B) 40; (C) 45; (D) 50; (E) 55.



12. Egy 20 cm oldalhosszúságú négyzetet az *ábrán* látható módon négy téglalap alakú részre osztottunk. Tudjuk, hogy az A jelű rész területe 48 cm^2, a B jelű rész kerülete 52 cm. Hány négyzetcentiméter a területe a betűvel nem jelölt két rész közül annak, amelyiknek kisebb a kerülete? (A) 36; (B) 48; (C) 64; (D) 72; (E) 80.

13. Egy mértani sorozat első két tagja $\sqrt{7}$ és $\sqrt[3]{7}$. Mi a sorozat negyedik tagja? (A) $\sqrt[9]{7}$; (B) $\sqrt[12]{7}$; (C) $\sqrt[5]{7}$; (D) $\sqrt[10]{7}$; (E) 1.

14. Zsófinak három testvére van: két bátyja és egy húga. A négy különböző korú gyermek életkorának szorzata 882. Mennyi Zsófi három testvére életkorának az összege, ha egyik bátyja sincs még 18 éves? (A) 15; (B) 17; (C) 22; (D) 24; (E) 31.

15. Egy szökőévben január elseje péntekre esett. Ebben az évben a válaszokban felsorolt hónapok közül az egyikben 5 vasárnap volt. Melyikben? (A) február; (B) április; (C) június; (D) július; (E) augusztus.

16. Egy derékszögű háromszög két befogójának hossza 10 cm és 24 cm. A háromszög beírt köre az átfogót az E pontban érinti, az átfogót érintő hozzáírt kör érintési pontja F. Hány centiméter az EF szakasz hossza? (A) 11; (B) 11; (C) 12; (D) 13; (E) 14.

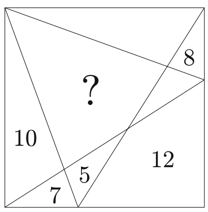
17. Mekk Elek ismét ügyködött. Kapott egy téglatestet, melynek egy csúcsból induló élei 5 cm, 6 cm és 7 cm hosszúak voltak. Azt kérték tőle, hogy minden lapját fesse be pirosra, majd darabolja fel a lapjaival párhuzamos vágásokkal 1 cm élű kockákra. Mekk Elek a testet valamelyik lapjára állítva az asztalra tette, majd az öt látható lapját pirosra festettük. A hatodikról, amin állt a test, sajnos megfeledkezett. A jól elvégzett feldarabolás után megszámolta, hogy hány kockának van legalább egy piros lapja. Mennyi a legnagyobb eredmény, amit kaphatott, ha a számolás során nem hibázott? (A) 126; (B) 130; (C) 135; (D) 138; (E) 150.

18. Mennyi a következő kifejezés értéke:

$$\frac{(2+3)\cdot(2^2+3^2)\cdot(2^4+3^4)\cdot\ldots\cdot(2^{128}+3^{128})+2^{256}}{3^{128}}?$$

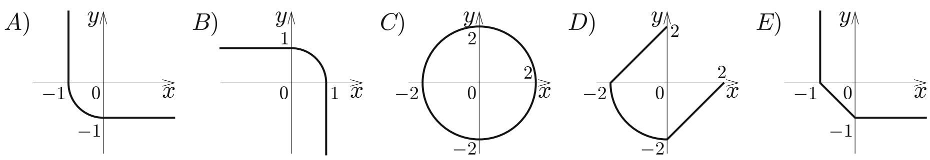
(A) 2^{128}; (B) 2^{256}; (C) 3^{128}; (D) 3^{256}; (E) más érték.

19. Timike kicsit hazudós. Amióta beszélni kezdett, minden harmadik állítása hamis, a többi igaz. Nem tudjuk, hány állítással ezelőtt hazudott utoljára. Egy kétjegyű számról a következő hat állítást fogalmazta meg, ebben a sorrendben: „Van benne 2-es számjegy.” „Nagyobb 50-nél.” „Páros.” „Kisebb 30-nál.” „Osztható 3-mal.” „Tartalmaz 7-es számjegyet.” Mennyi a számjegyek összege abban a kétjegyű számban, amiről Timike megfogalmazta állításait? (A) 12; (B) 13; (C) 14; (D) 15; (E) 16.



20. Az *ábrán* látható négyzetet nyolc részre osztottuk. A részek közül néhányba beírtuk, hogy hány cm^2 a területe. Hány négyzetcentiméter a kérdőjellel jelölt, négyszög alakú rész területe? (A) 13; (B) 17; (C) 21; (D) 24; (E) 27.

21. Az alábbiak közül melyik *ábrán* látható a $\big(x-|x|\big)^2+\big(y-|y|\big)^2=4$ egyenlet igazsághalmaza?



22. Az n pozitív egész számnak 2019 pozitív osztója van, melyek közül az egyik a 2019. Hány olyan k pozitív egész szám van, amelynek ötödik hatványa osztója az n-nek? (A) 135; (B) 268; (C) 405; (D) 667; (E) más érték.

23. Egy 4×4-es táblára elhelyezünk 4 fehér és 4 fekete bábut úgy, hogy minden sorba és minden oszlopba 1 fehér és 1 fekete bábu kerüljön. Hányféleképpen tehetjük meg ezt, ha két elhelyezést akkor is különbözőnek tekintünk, ha tükrözéssel vagy forgatással egymásba vihetők? (A) 72; (B) 144; (C) 216; (D) 288; (E) más érték.

24. Az ABC háromszög C-nél lévő szöge derékszög, a C-ből húzott magasságának talppontja D. A B csúcsból induló szögfelező a CD magasságot az M, az AC befogót az E pontban metszi. Tudjuk, hogy a DME szög nagysága 120°, és a DME háromszög területe 71 cm^2. Hány négyzetcentiméter az ABC háromszög területe? (A) 637; (B) 781; (C) 852; (D) 923; (E) 994.

25. János gazda bárányainak több, mint 47%-a, de kevesebb, mint 50%-a fekete. Minimum hány báránya van János gazdának? (A) 8; (B) 13; (C) 21; (D) 33; (E) más érték.

26. Adott a síkon az $A_1A_2A_3\ldots A_{2018}A_{2019}$ szabályos 2019 oldalú sokszög. Hány olyan különböző szabályos háromszög rajzolható a sokszög síkján, amelynek legalább két csúcsa a sokszög csúcsai közül való? (A) 2 035 171; (B) 4 072 996; (C) 4 074 342; (D) 2 037 171; (E) 2 035 825.

27. Az iskolai kosárlabda bajnokságban 5 csapat indult. A bajnokság során minden csapat minden csapattal egyszer mérkőzik meg. Eddig összesen 4 mérkőzést bonyolítottak le. Tudjuk, hogy nincs három olyan csapat, akik már az összes egymás közti mérkőzésüket lejátszották. Hány különböző módon lehetséges ez, ha a mérkőzések sorrendje nem számít? (A) 60; (B) 75; (C) 90; (D) 120; (E) 140.

28. A pozitív egész számokat az *ábrán* látható mintát követve háromszög alakban írtuk be egy táblázatba. A táblázat kitöltését addig folytattuk, amíg el nem jutottunk a 63. sor utolsó, azaz 63. cellájáig. (A sorok vízszintesek, az oszlopok függőlegesek.) Hányadik oszlopban a legnagyobb a számok összege? (A) 1; (B) 5; (C) 10; (D) 14; (E) 19.

1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15

29. Az ABC háromszög BC oldalának felezőpontja D. Tudjuk, hogy az ACB szög 30°, az ADB szög pedig 45°. Hány fokos az ABC háromszög legkisebb külső szöge? (A) 45; (B) 60; (C) 90; (D) 105; (E) más érték.

30. A *kecske* nyelvben csak 4 betűt használnak: egy magánhangzót (e), illetve három mássalhangzót (k; c; s). A kecske nyelvben egyetlen egybetűs értelmes szó van, az e. Egy egynél több betűs szó akkor értelmes a kecske nyelvben, ha tartalmaz magánhangzót, és az utolsó betűjét elhagyva olyan szót kapunk, amely nem értelmes a kecske nyelvben. Hány 5 betűs értelmes szó van a kecske nyelvben? (A) 325; (B) 393; (C) 437; (D) 481; (E) 543.

A feladatsort **Erdős Gábor** állította össze és **Kiss Géza** lektorálta

A középiskolai tanárok versenyének eredménye

1. Fridrik Richárd (Szeged, Magister Universitas) .... 124 pont
2. Baloghné Cseh Judit (Szolnok, Varga Katalin Gimn.) .... 120 pont
3. Fonyó Lajos (Keszthelyi Vajda János Gimn.) .... 111 pont
4. Horváth Eszter (Budapest, Kempelen Farkas Gimn.) .... 109 pont
5. Fonyóné Németh Ildikó (Keszthelyi Vajda János Gimn.) .... 105 pont
6. Csanády Gáborné (Budapest, Baár-Madas Református Gimn.) .... 104 pont
7. Székely Péter (Budapest, Eötvös József Gimn.) .... 100 pont
8. Laczik István (Budapest, Baár-Madas Református Gimn.) .... 95 pont
9. Baráti Ákos (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn.) .... 94 pont
10. Bukorné Both Emőke (Rév-Komárom, Selye János Gimn.) .... 92 pont.

Az általános iskolai tanárok versenyének[*] eredménye

1. Nagy Tibor (Kecskemét, NJE Petőfi Sándor Gyak. Ált. Isk.)
2. Egyed László (Bajai III. Béla Gimn.)
3. Rózsáné Motkó Edit (Ócsa, Bolyai János Gimn.)
4. Tóth Gabriella (Csantavér, Hunyadi János Ált. Isk.)
5. Csordás Mihály (Kecskemét, Kodály Zoltán Ének-zenei Ált. Isk., Gimn., Szakgimn. és AMI).

A 2019. évi Beke Manó Emlékdíjasok

A Beke Manó Emlékdíj Bizottság döntése alapján 2019-ben a díj második fokozatában részesült **Balga Attila, Gajárszki Rozália, Pálovicsné Tusnády Katalin, Regősné Jancsovics Julianna, Takács Sándor, Törökné Dr. Bodzsár Mária** és **Varga Vince.**

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (644–648.)

K. 644. Egy dobozban kék és zöld kockák vannak, összesen 70 darab. Kiveszünk négyszer annyi kék kockát, mint zöldet, így a dobozban maradt kockák között 7-szer annyi a zöld, mint a kék. Hány kék és hány zöld kocka volt a dobozban eredetileg?

K. 645. Milyen maradékot kapunk, ha az $1+4+7+\ldots+2020$ összeget 8-cal elosztjuk?

[*]Az általános iskolai tanárok versenyének feladatait nem közöljük.