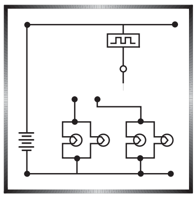
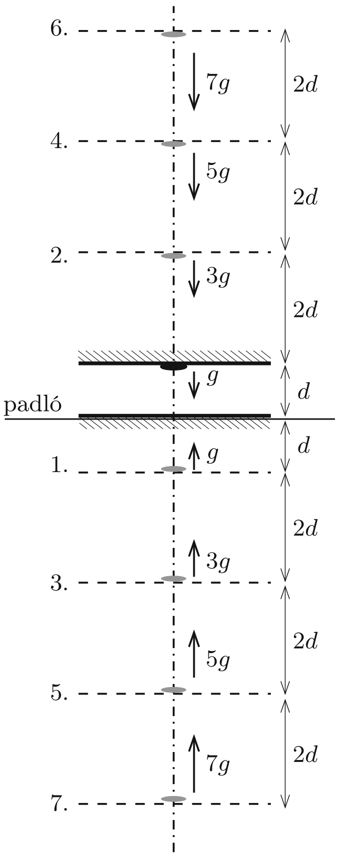


Fizika gyakorlat megoldása



G. 675. *Egy síktükröt fektetünk a vízszintes padlóra, továbbá felette is elhelyezünk egy vele szembenéző síktükröt, amelynek a közepén egy fekete folt van. A felső tükröt elengedjük, ami így g gyorsulással szabadesésbe kezd. Mekkora és milyen irányú a folt tükörképeinek gyorsulása?*

(*4 pont*)

Megoldás. Amikor a két tükör d távolságra van egymástól, akkor a tükörképek (a tükröződések száma szerint sorszámozva) az *ábrán* látható helyeken találhatók. A képeknek a talajtól mért távolsága és a gyorsulásuk egyenesen arányos egymással, így pl. $a_1 = g$ felfelé, $a_2 = 3g$ lefelé, $a_3 = 3g$ felfelé stb.

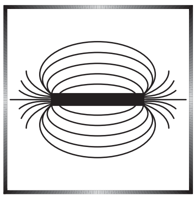
Általában $n \geqslant 1$-re

$$a_{2n-1} = (2n-1)g \qquad \text{felfelé,}$$
$$a_{2n} = (2n+1)g \qquad \text{lefelé.}$$

Csapó Tamás (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 8. évf.) és *Mészáros Emma* (Budapest, Városmajori Gimn. és Kós K. Ált. Isk., 10. évf.) dolgozata alapján

27 dolgozat érkezett. Helyes 11 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 2, hiányos (1–2 pont) 5, hibás 9 dolgozat.

Fizika feladatok megoldása



P. 5126. *Egy* 20 cm *belső átmérőjű,* 1 m *magas, hőszigetelő anyagból készült, csúszós falú, kör keresztmetszetű, függőlegesen álló, alul zárt, felül nyitott cső belseje* 0 °C-*os jéggel van tele. A cső alját* 335 W *teljesítménnyel melegíteni kezdjük.*

Határozzuk meg, hogy ennek hatására mekkora állandósult sebességgel mozog a jéghenger teteje lefelé!

(*4 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Veresegyház

I. megoldás. A feladat szövege alapján mivel a cső tele van jéggel, az edény alját melegítjük és az edény fala hőszigetelő, ezért csak a jég legalja fog elolvadni. Tételezzük fel, hogy a jég olyan szorosan tölti ki a csövet, hogy az olvadás során létrejövő víz nem tud behatolni a jég és a cső fala közé, de a „jégdugó” el tud mozdulni a csúszós falú csőben úgy, hogy a jég alja mindig a víz felszínét éri. Ilyen körülmények között a jéghenger tetejének lefelé mozgása kizárólag abból fog adódni, hogy a víz sűrűsége nagyobb, mint a jég sűrűsége.

A jég olvadáshője $L = 335\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, ezért a másodpercenkénti

$$Q = P \cdot t = 335\ \text{W} \cdot 1\ \text{s} = 335\ \text{J}$$

hő által elolvasztott jég tömege

$$m = \frac{Q}{L} = \frac{335\ \text{J}}{335\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0{,}001\ \text{kg} = 1{,}0\ \text{g}.$$

A 0 °C-os jég sűrűsége $920\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0{,}92\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Ezek szerint a jég térfogata másodpercenként

$$V_{\text{jég}} = \frac{1\ \text{g}}{0{,}92\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 1{,}087\ \text{cm}^3$$

értékkel *csökken,* a keletkezett $1{,}00\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ sűrűségű víz térfogata pedig $V_{\text{víz}} = 1\ \text{cm}^3$ értékkel *növekszik.* A csőben lévő jég és víz össztérfogatának csökkenése

$$\Delta V = V_{\text{jég}} - V_{\text{víz}} = 0{,}087\ \text{cm}^3.$$

A kör keresztmetszetű cső belső átmérője 20 cm, tehát a keresztmetszet területe

$$A = (10\ \text{cm})^2 \cdot \pi = 314\ \text{cm}^2.$$

Így a jéghenger tetejének másodpercenkénti süllyedése

$$\Delta s = \frac{\Delta V}{A} = \frac{0{,}087\ \text{cm}^3}{314\ \text{cm}^2} = 2{,}77 \cdot 10^{-4}\ \text{cm},$$

vagyis a süllyedés sebessége

$$v = 2{,}77 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0{,}017\ \frac{\text{cm}}{\text{min}} \approx 1{,}0\ \frac{\text{cm}}{\text{h}}.$$

Jánosik Áron (Győr, Révai M. Gimn. 11. évf.)
dolgozata alapján

II. megoldás. Tételezzük fel, hogy a jég olvadása közben a keletkező víz behatol a cső és a jég közé, és amikor a víz elég magasra ér, a maradék jég úszni fog a vízben. (Mivel a cső tele van jéggel, a felkúszó víz térfogata igen kicsi, tehát az úszás feltétele nagyon hamar teljesül.) Ettől kezdve a vízszint magassága nem változik, hiszen a jég és a víz össztömege állandó, emiatt a cső aljánál fellépő erő sem változhat. Ez az erő a nyomással, az pedig a víz magasságával arányos.

A jéghenger tetejének süllyedési sebessége a vízszint feletti jégdarab térfogatának csökkenéséből számítható ki. A kalorimetrikus egyenletből következik, hogy másodpercenként 1 g jég olvad meg (lásd az I. megoldást), ez a 314 cm^2 keresztmetszetű cső 0,00347 cm magas darabjának felel meg. A víz feletti jégdarab térfogata a jég teljes térfogatának mintegy 8%-a, ennek magassága tehát másodpercenként $0{,}00347\cdot 0{,}08=2{,}77\cdot 10^{-4}$ centiméterrel csökken.

A jéghenger tetejének süllyedési sebessége:

$$v=2{,}77\cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\approx 1\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{óra}}.$$

Markó Gábor (Győr, Révai M. Gimn. 11. évf.)
dolgozata felhasználásával

Megjegyzés. Az I. és a II. megoldás eredménye megegyezik, jóllehet különböző feltételezéssel éltek: az egyik esetben a jéghenger „ült" egy egyre magasabbá váló vízhengeren, a másikban pedig „úszott" a változatlan magasságú vízben. Könnyen belátható, hogy az eredmények egyezése nem véletlen.

Képzeljük el, hogy a jéghenger aljánál egy jól záró tömítés akadályozza meg a víz felkúszását, tehát a folyamat az I. megoldásban leírtak szerint megy végbe. Valamennyi idő, pl. 1 óra alatt a jéghenger teteje 1 cm-t mozdul el lefelé. Ha ekkor a tömítés elromlik, és a víz be tud hatolni a cső fala és a jég közé, a II. megoldásban leírt eset valósul meg. Mivel a jég majdnem teljesen kitölti a cső keresztmetszetét, a behatoló víz térfogata elhanyagolhatóan kicsi, emiatt a jéghenger teteje ugyanolyan magasan marad. A süllyedés sebessége tehát a II. esetben is 1 cm óránként.

(G. P.)

37 dolgozat érkezett. Helyes 21 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 7, hiányos (1–2 pont) 7, hibás 2 dolgozat.

P. 5132. *Gépkocsival útnak indulunk. Az autópálya elejére érve a gépjármű sebességét és az indulástól számított átlagsebességét mérő készülék kijelzőjén* 37 km/h *látható. Ettől kezdve a legnagyobb megengedett sebességgel* (130 km/h) *haladunk.*

a) *Adjuk meg, hogyan változik az átlagsebesség az idő függvényében! Milyen körülmények befolyásolják ezt a függvényt?*

b) *Mennyi idő múlva fogjuk azt látni, hogy az – egész értékre kerekített – átlagsebességünk* 130 km/h?

(*4 pont*) Közli: *Härtlein Károly,* Budapest

Megoldás. *a*) Az autópálya előtti szakaszon a gépkocsi az indulástól számított t_0 idő alatt

$$s_0=37\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\cdot t_0$$

utat tett meg.

Ettől fogva a gépkocsi egyenletesen halad 130 km/h sebességgel, tehát további t_1 idő alatt $s_1=130\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\cdot t_1$ utat tesz meg.

Az indulástól számított átlagsebessége (bármely pillanatban):

$$v_{\text{átlag}} = \frac{s_{\text{összes}}}{t_{\text{összes}}} = \frac{s_0 + s_1}{t_0 + t_1} = \left(\frac{37\,t_0}{t_0 + t_1} + \frac{130\,t_1}{t_0 + t_1} \right) \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

A teljes útra vonatkoztatott átlagsebesség – láthatóan – attól függ, hogy mennyi (t_0) ideig haladtunk az indulásától az autópálya elejéig. (Természetesen azt is mondhatjuk, hogy az átlagsebességünk függ az indulás helye és az autópálya közötti út s_0 hosszától.) Ha $t_1 \gg t_0$, akkor az átlagsebesség állandóan (jó közelítéssel) 130 km/h, ha pedig $t_1 \ll t_0$, akkor az átlagsebesség 37 km/h. Az autópályán egyenletes sebességgel haladva az átlagsebességünk monoton növekszik.

b) Legyen $v_{\text{átlag}} = 129{,}5$ km/h; ez az az érték, amit a készülékünk kerekítve 130 km/h-nak mutat. Az általános képletbe helyettesítve: azt kapjuk, hogy

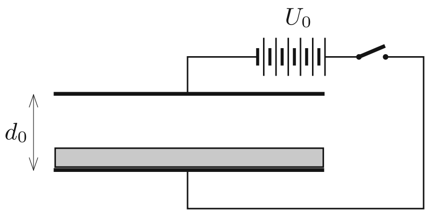
$$129{,}5 = \frac{37\,t_0}{t_0 + t_1} + \frac{130\,t_1}{t_0 + t_1},$$

aminek megoldása $t_1 = 185\,t_0$.

Kardkovács Levente (Budaörs, Illyés Gy. Gimn. és Közg. Szki, 11. évf.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A kapott képletből leolvasható, hogy a városi forgalomban eltöltött időnél lényegesen hosszabb idő alatt érjük csak el azt a (kerekített) sebességértéket, ami a mindvégig autópályán való haladásnak felelne meg.

35 dolgozat érkezett. Helyes 28 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 4, hiányos (1–2 pont) 3 dolgozat.



P. 5141. *Az ábrán látható, vákuumban lévő síkkondenzátor lemezei vízszintesek, távolságuk $d_0 = 4$ cm. Az alsó lemezre egy $d_0/4$ vastagságú alumíniumlemezt helyezünk, és a kondenzátorra nagyfeszültséget kapcsolunk.*

a) *Mekkora legyen U_0, hogy a lemez felemelkedjék?*

b) *Adott U telepfeszültségnél mekkora vastagságú alumíniumlemez emelkedhet fel a d_0 lemeztávolságú síkkondenzátor alsó fegyverzetéről?*

c) *Van-e olyan feszültség, amely mellett biztosan megemelkedik az alumíniumlemez, akármekkora (d_0-nál kisebb) a vastagsága?*

(*Feltételezzük, hogy az alumíniumlemez mindvégig vízszintes marad. A kondenzátor fegyverzeteinek mérete sokkal nagyobb d_0-nál, a széleffektusok elhanyagolhatóak.*)

(*5 pont*) *Varga István* (1952–2007) feladata

Megoldás. *a*) Legyen d a lemez teteje és a kondenzátor felső része közötti távolság (esetünkben $d = \frac{3}{4}d_0 = 3$ cm), a lemez területe pedig A. A kialakuló elektromos tér olyan, mint amilyen egy U_0 feszültséggel feltöltött,

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

kapacitású kondenzátor belsejében lenne. A kondenzátor felső lemezére $Q = CU_0$ töltés kerül, az alumíniumlemez felső oldalára pedig $-Q$. (A lemez belsejében nincs elektromos tér, a kondenzátor alsó lemeze pedig töltetlen.)

Az így kialakuló „új kondenzátor" belsejében $E = U_0/d$ nagyságú, homogénnek tekinthető elektromos tér lesz, ami

$$F = \frac{1}{2}EQ = \frac{CU_0^2}{2d} = \frac{8}{9}\,\frac{AU_0^2\varepsilon_0}{d_0^2}$$

erőt fejt ki az alumíniumlemezre. Ha ez az erő nagyobb, mint a lemez

$$G = mg = \varrho g A(d_0 - d) = \frac{1}{4}\varrho g A d_0$$

súlya, akkor a lemez felemelkedik. ($\varrho = 2700\ \mathrm{kg/m^3}$ az alumínium sűrűsége.) Ez akkor következik be, ha

$$U_0 > \sqrt{\frac{9}{32}\,\frac{\varrho g d_0^3}{\varepsilon_0}} \approx 232\ \mathrm{kV}.$$

b) Legyen most a tápfeszültség U, a lemez vastagsága pedig xd_0. A lemez felemelkedésének feltétele:

$$F = \frac{AU^2\varepsilon_0}{2d_0^2(1-x)^2} > \varrho g A x d_0 = G,$$

vagyis adott U esetén akkor emelkedik fel a lemez, ha a vastagságát jellemző x számra érvényes, hogy

$$\frac{\varepsilon_0 U^2}{2\varrho g d_0^3} > x(1-x)^2.$$

c) A *b*) részben kapott egyenlőtlenséget a feszültségre rendezve:

$$U > \sqrt{x(1-x)^2} \cdot \sqrt{2\,\frac{\varrho g d_0^3}{\varepsilon_0}} \approx \sqrt{x(1-x)^2} \cdot 620\ \mathrm{kV}.$$

Az $f(x) = \sqrt{x(1-x)^2}$ függvénynek $x^* = \frac{1}{3}$-nál helyi maximuma van, és a legnagyobb függvényérték a fizikailag értelmes $0 < x < 1$ tartományban

$$f_{\max} = f(x^*) = \sqrt{\frac{4}{27}} \approx 0{,}385.$$

(Ezt differenciálszámítással, grafikus ábrázolással, algebrai átalakítással, esetleg a `https://www.wolframalpha.com/` vagy a geogebra program segítségével láthatjuk be.)

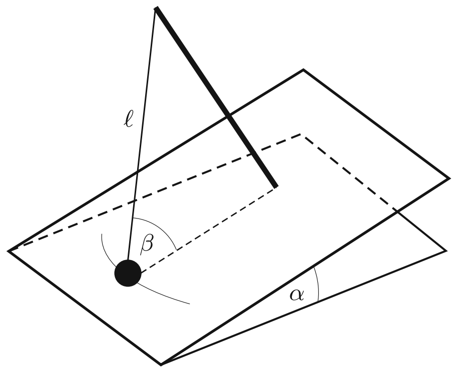
Ezek szerint ha az U feszültség nagyobb, mint

$$U^* = f_{\max} \cdot 620\ \mathrm{kV} \approx 240\ \mathrm{kV},$$

akkor az alumíniumlemez a vastagságától függetlenül biztosan felemelkedik.

Bonifert Balázs (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján

18 dolgozat érkezett. Helyes 9 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (1–2 pont) 8 dolgozat.

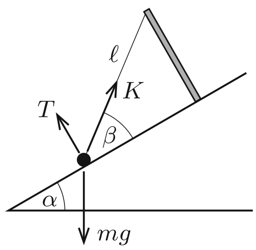


P. 5144. *Egy α hajlásszögű lejtő síkjára merőlegesen tartórudat rögzítünk. A rúd tetejéhez hozzáerősítjük egy ℓ hosszúságú fonálinga felső végpontját. Az inga fonala β szöget zár be a lejtő síkjával.*

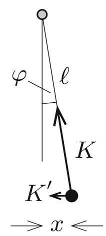
Mekkora az inga kis amplitúdójú lengéseinek periódusideje, ha $\alpha + \beta < 90^\circ$, és a súrlódás elhanyagolható?

(*4 pont*)

Megoldás. Az *1. ábra* az elrendezés oldalnézeti (a tartórúd és az egyensúlyi helyzetű fonál által meghatározott síkra merőleges nézetét) mutatja. Feltüntettük az ingatestre ható erőket: K a fonalat feszítő erő, T a lejtő által kifejtett „tartóerő” és mg az m tömegű ingatestre ható nehézségi erő.



1. ábra



2. ábra

Kis amplitúdójú lengések esetén az ingatest mozgása jó közelítéssel egyenes vonalú (vízszintes irányú) mozgás. Ez az egyenes és az inga fonala által meghatározott sík a lengés síkja. A *2. ábra* a lengés síkjára merőleges irányú „szembenézetet” ábrázolja. Ezen a nézeten leolvasható, hogy amikor az egyensúlyi helyzettől mért szögkitérés φ, vagyis a vízszintes irányú kitérés

$$x = \ell \sin\varphi \approx \ell\varphi,$$

akkor az ingatestet

$$K' = K \sin\varphi = K\frac{x}{\ell} \tag{1}$$

nagyságú erő húzza vissza az egyensúlyi helyzet felé. Az ingatest ténylegesen egy körív mentén mozog, ezt a mozgást azonban közelíthetjük egy egyenes (a kör érintője) menti mozgással.

A kis kitérésű mozgás során az ingatest sebessége mindvégig kicsi, ezért a tartórúd talppontja felé mutató, a sebesség négyzetével arányos a_{cp} centripetális gyorsulást elhanyagolhatjuk. Írjuk fel az oldalnézeti ábrán lejtő irányúnak látszó, a T-re merőleges irányban a mozgásegyenletet:

$$ma_{\mathrm{cp}} = mg\sin\alpha - K\cos\beta\cos\varphi \approx 0,$$

vagyis

$$K \approx mg\frac{\sin\alpha}{\cos\beta\cos\varphi} \approx mg\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}. \qquad (2)$$

(Felhasználtuk, hogy kis kitérések esetén $\cos\varphi \approx 1$.)

Amennyiben (2)-t a vízszintes irányú erő (1) képletébe helyettesítjük, megkapjuk az x kitéréshez tartozó erőt:

$$K' = \frac{mgx}{\ell}\,\frac{\sin\alpha}{\cos\beta} \equiv D\cdot x.$$

Felismerhetjük, hogy ez az erőtörvény megegyezik a $D = \frac{mg}{\ell}\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}$ „rugóállandójú" harmonikus rezgőmozgás erőtörvényével, és emiatt a feladatban szereplő ferde inga periódusideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}\,\frac{\cos\beta}{\sin\alpha}}.$$

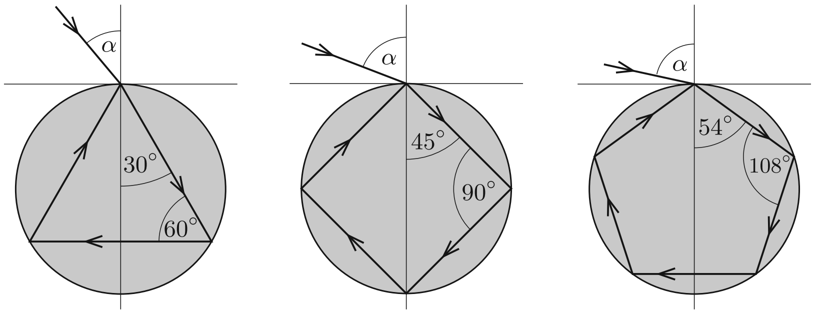
Sepsi Csombor Márton (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

39 dolgozat érkezett. Helyes 18 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 3, hiányos (1–2 pont) 17, hibás 1 dolgozat.

P. 5149. *Egy fizikatanár röpdolgozatot írat két csoportban. Az egyik csoport feladata a következő: „Mekkora beesési szögű az a vékony fénysugár, ami gömb alakú vízcseppbe lépve szabályos háromszög mentén jár körbe?" A másik csoport ugyanezt a feladatot kapja, de ekkor szabályos négyszög, vagyis egy négyzet oldalélei mentén kell haladnia a fénysugárnak. Feladhatja-e a tanár ugyanezt a példát a pótdolgozatban szabályos ötszöggel? Határozzuk meg a beesési szögeket az egyes esetekben! (A víz törésmutatója $\frac{4}{3}$.)*

(*4 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Veresegyház

Megoldás. Nevezzük a beesési szöget α-nak, a törési szöget β-nak. Ha a fénysugár szabályos háromszög mentén halad, akkor $\beta = 30^\circ$, négyzetnél $\beta = 45^\circ$, szabályos ötszögnél pedig $\beta = 54^\circ$ (*1. ábra*).



1. ábra

A törési törvény szerint

$$\sin\alpha = n\sin\beta = \frac{4}{3}\sin\beta.$$

Háromszög esetén

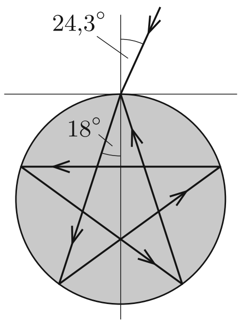
$$\sin\alpha = 0{,}667 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = 41{,}8^\circ,$$

négyszögnél

$$\sin\alpha = 0{,}943 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = 70{,}5^\circ,$$

az ötszögnél pedig

$$\sin\alpha = 1{,}08 > 1.$$



2. ábra

Mivel $\sin\alpha \leqslant 1$, a fenti egyenletnek nincs megoldása. Ezek szerint *nem lehet* olyan szögben megvilágítani a vízcseppet, hogy abban a fénysugár szabályos ötszöget írjon le.

Páhán Anita Dalma (Budapest, Eötvös József Gimn., 9. évf.)

Megjegyzés. A fénysugár haladhat egy szabályos ötszög csúcspontjai között egy csillagötszög élei mentén (*2. ábra*). A beesési szög ilyenkor 24,3°.

Balogh Dávid (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., 11. évf.)

44 dolgozat érkezett. Helyes 38 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 4, hiányos (2 pont) 2 dolgozat.

P. 5150. *Két teljesen egyforma, $n = 1{,}5$ törésmutatójú üvegből készített sík-domború, vékony lencse közül az egyiknek a sík, a másiknak a domború felületét tesszük tükrözővé. Mekkora az így kapott két leképező eszköz fókusztávolságának aránya?*

(*4 pont*) Közli: *Zsigri Ferenc,* Budapest

Megoldás. Könnyen belátható, hogy a szorosan egymás mellé helyezett (vékony) optikai eszközök fókusztávolságának reciprokösszege megadja az eredő fókusztávolság reciprokát. Legyen például az első eszköz fókusztávolsága f_1, a másodiké f_2. Az eszköztől t távolságban lévő tárgy képének k_1 távolságára a leképezési törvény szerint fennáll:

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{k_1}=\frac{1}{f_1}.$$

Ez a virtuális kép a másik leképező eszköz szempontjából $t_2=-k_1$ tárgytávolságnak felel meg (hiszen a második eszköznek a szokásossal ellentétes oldalán jelenik meg). Ezek szerint

$$-\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f_2}.$$

A fenti két egyenletet összeadva kapjuk, hogy

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f_{\text{eredő}}}.$$

A feladatban szereplő, egyik oldalán tükrözővé tett lencse tekinthető úgy, minthа három eszköz szerepelne: lencse-tükör-lencse. A síkdomború lencse fókusztávolságának ismert képlete alapján:

$$\frac{1}{f_{\text{lencse}}}=\frac{n-1}{R}=\frac{1}{2R},$$

ahol R a lencse domború oldalának görbületi sugara.

Az első esetben, amikor a sík felület a tükröző, a leírtak alapján:

$$\frac{1}{f^{(\mathrm{I})}_{\text{eredő}}}=\frac{1}{f_{\text{lencse}}}+\frac{1}{f_{\text{lencse}}}=\frac{1}{R},\qquad \text{tehát}\qquad f^{(\mathrm{I})}_{\text{eredő}}=R.$$

(A síktükröt nem kell figyelembe venni, mert az nem fókuszál, fókusztávolsága „végtelen nagynak” tekinthető.)

A második esetben az eredő fókusztávolság reciproka:

$$\frac{1}{f^{(\mathrm{II})}_{\text{eredő}}}=\frac{1}{f_{\text{lencse}}}+\frac{1}{f_{\text{tükör}}}+\frac{1}{f_{\text{lencse}}},$$

és mivel $f_{\text{tükör}}=R/2$,

$$\frac{1}{f^{(\mathrm{II})}_{\text{eredő}}}=\frac{1}{2R}+\frac{2}{R}+\frac{1}{2R}=\frac{3}{R},\qquad \text{vagyis}\qquad f^{(\mathrm{II})}_{\text{eredő}}=\frac{R}{3}.$$

A kérdéses arány tehát: $\frac{f^{(\mathrm{I})}_{\text{eredő}}}{f^{(\mathrm{II})}_{\text{eredő}}}=3.$

Bokor Endre (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)

18 dolgozat érkezett. Helyes 11 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 3, hiányos (1–2 pont) 2, hibás 2 dolgozat.