C. 1577. Egy növekvő, végtelen számtani sorozatról tudjuk, hogy közvetlen egymás utáni tagjai a tízes számrendszerbeli két, illetve háromjegyű

$$\overline{ab},\ \overline{abc},\ \overline{cab}$$

számok (a megadott sorrendben). Hány tagja van ennek a számsorozatnak 1552 és 2020 között?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

C. 1578. Két egybevágó téglalap úgy helyezkedik el, hogy a kerületük nyolc pontban metszi egymást. Mutassuk meg, hogy a két téglalap közös részének területe nagyobb a területük felénél.

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1579. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$(x-11)^{\log_2(x-10)}=(x-11)^{\log_{\frac{1}{2}}(x-11)}.$$

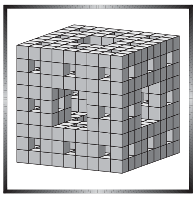
Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

C. 1580. Bori véletlenszerűen elhelyez 10 pénzérmét egy sorban az asztalra. Egy lépésben mindig egyszerre két szomszédos érmét fordít át a másik oldalára. Mekkora annak a valószínűsége, hogy Bori nem tudja elérni, hogy valahány lépés után minden érmén a „fej” legyen felül?

❄

Beküldési határidő: 2020. január 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5062–5069.)

B. 5062. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

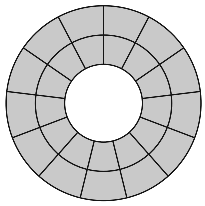
$$x[x]+y[y]=1,$$
$$[x]+[y]=1.$$

(*3 pont*) (*MI&Q*)

B. 5063. Az ABC háromszögben $BC < AC$ és az $ACB\sphericalangle$ derékszög. A BC átmérőjű kört az A-ból húzott érintők a C és D pontban érintik. Az AD érintő egyenese a BC egyenest az E pontban metszi. A BC szakasz felezőpontja O. Bizonyítsuk be, hogy a DEO háromszög területe megegyezik az AEB háromszög területével.

(*3 pont*) Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

B. 5064. Az *ábrán* látható 26 mezőből álló „tábla" hányféleképpen fedhető 13 „dominóval"? Egy-egy dominó két szomszédos mezőt fed le. (Az egymásba forgatható megoldásokat különbözőnek tekintjük.)



(*4 pont*)

B. 5065. A hegyesszögű ABC háromszög köré írt kör középpontja O, az O pont tükörképe a BC, CA és AB oldalakra rendre O_A, O_B, illetve O_C. Mutassuk meg, hogy az AO_A, BO_B és CO_C egyenesek egy ponton mennek át.

(*4 pont*)

B. 5066. Harminc diák a „Tautologika" nevű tantárgyból vizsgázik. A diákok egy teremben ülnek, és a tanár egyetlen kérdést tesz fel nekik: „Az itt ülő 30 diákból összesen hányan fognak megbukni ezen a vizsgán?" A diákoknak sorban egy-egy számot kell mondani. Minden egyes válasz elhangzása után a tanár azonnal kihirdeti az eredményt is, ami „megfelelt" vagy „megbukott" lehet.

A hallgatói önkormányzat elérte, hogy a vizsga után egy szakfelügyelő ellenőrizze az eredményeket. Ha van olyan diák, aki helyesen válaszolt, de mégis megbukott, a vizsga összes eredményét érvénytelenítik, és mindenki „megfelelt" minősítést kap.

Van-e a diákoknak olyan stratégiája, ami biztosítja, hogy mindegyikük átmenjen a vizsgán?

(*5 pont*) (*Orosz feladat*)

B. 5067. Az ABC hegyesszögű háromszög AB oldalának felezőpontja F, az F-re illeszkedő e egyenes felezi ABC kerületét. Az e egyenes a BC és CA oldalegyeneseket rendre D és E pontokban metszi. Mutassuk meg, hogy az AB-re F-ben állított merőleges, a BC-re D-ben állított merőleges, és a CA-ra E-ben állított merőleges egyenesek egy pontban metszik egymást.

(*5 pont*)

B. 5068. Tegyük fel, hogy p egy legfeljebb 1998-adfokú polinom, melyre a $p(1), p(2), \ldots, p(2000)$ értékek az $1, 2, \ldots, 2000$ számok egy permutációja. Következik-e ebből, hogy a $p(1)$ és $p(2000)$ számok az 1 és 2000 valamelyik sorrendben?

(*6 pont*)