

darab van, hiszen az egy csúcsból kiinduló lila élek átlagos száma $n - 1 - k$. Konstans szorzótól eltekintve ezek is fix összegű számlálók azonos nevezőjű binomiális kifejezéseinek összegei, tehát alulról becsülhetjük az átlaggal: k és $n - 1 - k$ átlaga éppen $\frac{n-1}{2}$, ezt behelyettesítve becsülhetjük a 4 hosszú körök számát:

$$2 \cdot \left(\frac{2 \binom{\frac{n-1}{2}}{2}}{n-1} \right) \cdot \binom{n}{2} \cdot \frac{1}{2}.$$

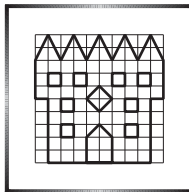
Ezt ekvivalens átalakítások sorozatával szebb alakra hozhatjuk:

$$\frac{n(n-1)(n-3)(n-7)}{64}.$$

Ez $n \geq 9$ esetén nagyobb a bizonyítandónál, hiszen $n(n-7) > (n-5)^2$ és $(n-1) > (n-5)$, valamint $(n-3) > (n-5)$ mind teljesül $n \geq 9$ -re. Ha $n = 8$, akkor pedig $8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 1 > 64$. Ezzel a bizonyítandót beláttuk.

Várkonyi Zsombor (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.)

10 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott 4 versenyző: Füredi Erik Benjámin, Hegedűs Dániel, Várkonyi Zsombor, Weisz Máté. 3 pontos 2, 0 pontos 4 dolgozat.



A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (639–643.)

K. 639. Egy buszon 53 utas van, férfiak és nők, illetve kislányok és kisfiúk. A nők száma háromszor annyi, mint a kisfiúké, és 10-zel több, mint a kislányoké. Tudjuk továbbá, hogy a férfiak és kisfiúk száma összesen 15. Hány férfi, nő, kisfiú és kislány utazik a buszon?

K. 640. Egy 5-re végződő kétjegyű számot úgy is négyzetre emelhetünk, hogy a tízesek helyén álló számjegyet megszorozzuk a nála 1-gyel nagyobb számmal, és a szorzat után 25-öt írunk. Indokoljuk meg a módszer helyességét.

K. 641. Egy konvex négyszög belsejében felvesszünk valamennyi pontot. A felvett pontokat egymással és a négyszög csúcsaival úgy kötjük össze egyenes szakaszokkal, hogy az összekötő szakaszoknak a négyszög belsejében ne legyen metszéspontja, és a szakaszok a négyszöget kis háromszögekre és ötszögekre bontsák. (Minden belső pont valamely háromszög vagy ötszög csúcsa.) Előfordulhat-e, hogy a négyszöget pontosan 2019 síkidomra bontottuk fel?