# A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1567–1573.)

### Feladatok 10. évfolyamig

**C. 1567.** Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számpárok halmazán:

$$2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0.$$

Javasolta: *Szalai Máté* (Szeged)

**C. 1568.** Az $ABC$ háromszög $AB$ oldalának felezőpontja $D$, $AC$ oldalának felezőpontja $E$, a $DEB$ és $DEC$ háromszögek körülírható köreinek középpontjai pedig rendre $P$ és $Q$ (tegyük fel, hogy $P \neq Q$). Bizonyítsuk be, hogy a $PQ$ egyenes merőleges $BC$-re.

Javasolta: *Hegedűs Dániel* (Gyöngyös)

### Feladatok mindenkinek

**C. 1569.** Egy 24 fős osztályban páratlan sok gyereket hívnak Zsófiának. Tudjuk, hogy közülük aki a névsorban legelöl van, az annyiadik a névsorban, ahány Zsófia van, aki pedig a harmadik, annak a sorszáma háromszor ennyi. Tudjuk továbbá, hogy a névsorban minden Zsófia előtt vagy után szintén Zsófia van. Határozzuk meg, hogy az osztálynévsor hányadik helyein szerepelnek Zsófiák.

*Hommer László* (Kemence) feladata nyomán

**C. 1570.** Egy hatszög minden szöge 120°, szemközti csúcsait összekötő átlói egyenlő hosszúak. Igazoljuk, hogy a hatszög forgásszimmetrikus.

Javasolta: *Fried Katalin* (Budapest)

**C. 1571.** Egy $n \times n$-es táblázatba egymást követően beírjuk 1-től $n^2$-ig a pozitív egész számokat: az első sorba 1-től $n$-ig; a második sorba $(n+1)$-től $2n$-ig; és így tovább. Bizonyítsuk be, hogy az egyik átlóban szereplő számok összege ugyanakkora, mint a másik átlóban.

### Feladatok 11. évfolyamtól

**C. 1572.** Az $ABCD$ trapézban jelöljük az $AC$ és $BD$ átlók metszéspontját $M$-mel, az $ABC$, illetve az $ACD$ háromszögek körülírt köreinek középpontjait rendre $N$-nel, illetve $P$-vel. Bizonyítsuk be, hogy $M$, $N$ és $P$ pontosan akkor esik egy egyenesre, ha $ABCD$ paralelogramma vagy húrtrapéz.

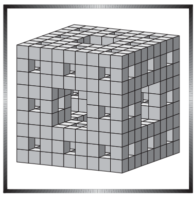
**C. 1573.** Mutassuk meg, hogy a

$$12^{2n}+7^{2n-1}+3^{3n}+4^{4n-2}-2^{2n}-11^{2n}$$

összeg osztható 23-mal minden pozitív egész $n$ szám esetén.

Javasolta: *Imre Tamás* (Marosvásárhely)

**Beküldési határidő: 2019. december 10.**
**Elektronikus munkafüzet:** `https://www.komal.hu/munkafuzet`
**Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518**



## A B pontversenyben kitűzött feladatok (5054–5061.)

**B. 5054.** Vannak-e olyan $n$ és $k$ pozitív egész számok, amelyekre

$$20^k+19^k=2019^n-10^n?$$

(*4 pont*) Javasolta: *Imre Tamás* (Marosvásárhely)

**B. 5055.** Adott a síkon a $k$ kör. Mi azon háromszögek magasságpontjainak mértani helye, amelyeknek $k$ a körülírt köre?

(*3 pont*)

**B. 5056.** Tekintsük a valós számok halmazán értelmezett $f(x)=x^2+bx+c$ másodfokú függvényt. Tudjuk, hogy $f$ zérushelyei a $p$ és $q$ különböző prímszámok, továbbá $f(p-q)=6pq$. Határozzuk meg a $p$ és $q$ prímszámokat, valamint írjuk fel az $f$ függvényt.

(*3 pont*) Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

**B. 5057.** Az $AB$ átfogójú derékszögű háromszög $BC$ befogóján vegyük fel a $D$ és $E$ pontokat úgy, hogy $DAC\sphericalangle=EAD\sphericalangle=BAE\sphericalangle$. A $C$ csúcsból az $AD$ szakaszra, a $D$ pontból az $AB$ átfogóra bocsátott merőleges talppontjai rendre $F$ és $K$. Az $AE$ szakaszt a $CK$ egyenes a $H$ pontban, a $H$ ponton keresztül az $AD$-vel húzott párhuzamos a $BC$ szakaszt az $M$ pontban metszi. Mutassuk meg, hogy a $CHM$ háromszög körülírt körének középpontja az $F$ pont.

(*5 pont*) Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

**B. 5058.** Az $ABC$ háromszög belsejében vegyünk fel egy tetszőleges $P$ pontot. Az $AP$, $BP$ és $CP$ egyenesek a $BC$, $AC$, illetve $AB$ oldalakat rendre $A_1$, $B_1$ és $C_1$ pontokban metszik. Igazoljuk, hogy

$$\frac{AP}{A_1P}\cdot\frac{BP}{B_1P}\cdot\frac{CP}{C_1P}\geqslant 8.$$

(*4 pont*) Javasolta: *Németh László* (Fonyód)