Megjegyzés. Ha a korong sugara R, a kis hengereké pedig r, akkor a korong középpontjának sebessége a három esetben:

$$u_a = u_c = \frac{R}{R-r}v, \qquad u_b = \frac{R}{R+r}v.$$

Ezek az összefüggéseket (amelyek levezetése nem tartozott a feladathoz) könnyen leolvashatók az 1. ábrán látható hasonló háromszögekből. Ezekben a képletekben v együtthatói $r < R$ esetén pozitív számok, tehát mindhárom esetben u és v iránya megegyezik.

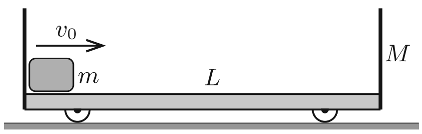
Elképzelhető az az eset is, amikor $r > R$. (Ez úgy valósulhat meg, hogy a korong egy keskeny, vízszintes lécen gördül, és az r sugarú hengerek a léc két oldalán a léc alá nyúlnak.) A fenti képletekből látszik, hogy ilyenkor u_a és u_c ellentétes előjelű, mint v, tehát a korong középpontja „visszafelé” fog mozogni. A (b) esetben a korong középpontja mindig előrefelé mozog, akármekkora is r és R.

Érdekes még az $r = R$ eset. Ilyenkor $u_b = v/2$, és a mozgás létrejöhet. Az (a) és a (c) eset azonban nem valósulhat meg, mert a csúszásmentes korongnak a talajjal érintkező pontja nem mozoghat $v \neq 0$ sebességgel.

(G. P.)

27 dolgozat érkezett. Helyes Sárvári Borka Luca megoldása. Hiányos (1–2 pont) 16, hibás 10 dolgozat.

Fizika feladat megoldása



P. 5123. *Vízszintes felületen lévő, oldalfalakkal határolt, $M = 1$ kg tömegű, $L = 0{,}3$ m hosszúságú kiskocsi bal oldalán egy $m = 0{,}25$ kg tömegű, kis méretű test található. A kocsi a talajon súrlódásmentesen mozog, kerekeinek mérete és tömege elhanyagolható.*

Egy adott pillanatban az m tömegű testet $v_0 = 1$ m/s sebességgel jobbra elindítjuk. A test és a kocsi közötti súrlódási tényező $\mu = 0{,}1$. A test és a kocsi ütközését tekintsük rugalmasnak.

a) Mekkora sebességgel mozog a kocsi, miután az m tömegű test a kocsihoz viszonyítva nem mozog?

b) Milyen távol van ekkor a test a kocsi bal oldali falától?

c) Mekkora a testek sebessége az első rugalmas ütközés utáni pillanatban?

(*5 pont*) Közli: *Kotek László,* Pécs

Megoldás. *a*) A kocsi – a kis test mozgása miatt fellépő súrlódási erő miatt – gyorsulni fog, a hozzá rögzített vonatkoztatási rendszer tehát *nem* inerciarendszer. Célszerű a mozgást a talaj vonatkoztatási rendszerében leírni. Itt (mivel vízszintes irányú külső erők nem hatnak) alkalmazható a lendületmegmaradás törvénye.

Ha a kis test már nem mozog a kocsihoz képest, akkor a közös v_1 sebességükre fennáll:

$$mv_0 = (M+m)v_1, \quad \text{vagyis} \quad v_1 = v_0\frac{m}{M+m} = 0{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

b) A munkatétel is alkalmazható:

$$W = \frac{1}{2}(m+M)v_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2,$$

ahol W (a súrlódási erő munkája) az $F = \mu mg$ súrlódási erőből és a kis testnek a *kiskocsin megtett s* útjából számolható:

$$W = -Fs = -\mu mgs.$$

Ezek szerint

$$s = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_1^2}{\mu mg} = 0{,}41\ \mathrm{m}.$$

Mivel $L < s < 2L$, a kis test *egyszer* ütközik a kiskocsi jobb oldali falával, így a kocsi bal oldali falától $x = 2L - s = 0{,}19$ m távolságra lesz akkor, amikor már nem mozog a kiskocsihoz képest.

c) Az első ütközés után legyen a kis test sebessége v_m, a kiskocsi sebessége pedig v_M. (A sebességeket jobb felé, v_0-lal megegyező irányban tekintjük pozitívnak. Nyilván teljesülnie kell a $v_M > v_m$ feltételnek, hiszen a kis test ekkor *távolodik* a kocsi jobb oldali falától.) A lendületmegmaradás törvénye szerint

$$mv_0 = mv_m + Mv_M, \qquad \text{tehát} \quad v_m = v_0 - \frac{M}{m}v_M.$$

Mivel a kis test egyszer csúszik végig a kocsi platóján, vagyis a relatív elmozdulás éppen L, a munkatétel most így alkalmazható:

$$\frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\mu gL,$$

vagyis

$$mv_0^2 - 2\mu mgL = mv_m^2 + Mv_M^2.$$

Felhasználva v_m fentebb megadott kifejezését:

$$mv_0^2 - 2\mu mgL = m\left(\frac{mv_0 - Mv_M}{m}\right)^2 + Mv_M^2,$$

vagyis átrendezés után a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

$$0 = v_M^2(M^2 + Mm) - v_M \cdot 2Mmv_0 + 2\mu m^2 gL = 0.$$

Ennek megoldása:

$$v_M = \frac{mv_0}{M+m}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2\mu gL(M+m)}{Mv_0^2}}\right) \approx 0{,}2 \cdot (1 \pm 0{,}5)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A két gyök közül az egyik az ütközés előtti, a másik pedig az ütközés utáni állapotnak felel meg, hiszen mindkét esetben érvényes mind a lendületmegmaradás törvénye, mind pedig a munkatétel fentebb felírt alakja. Az ütközés után a kiskocsi sebessége nagyobb lesz, mint amekkora az ütközés előtt volt, tehát nekünk a másodfokú egyenlet *nagyobb* gyökét kell választanunk.

$$v_M = \frac{mv_0}{M+m}\left(1+\sqrt{1-\frac{2\mu g L(M+m)}{Mv_0^2}}\right) \approx 0{,}3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

a kis méretű test sebessége pedig

$$v_m = v_0 - \frac{M}{m}v_M \approx -0{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Molnár Mátyás (Révkomárom, Selye János Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján

37 dolgozat érkezett. Helyes 22 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (1–3 pont) 14 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 389. Erősítsünk vékony fonalat egy tojáshoz, és helyezzük bele egy hengeres edénybe. Öntsünk a tojásra annyi vizet, hogy ellepje a tojást, majd a fonálnál fogva óvatosan emeljük ki a tojást a vízből.

Mérjük meg, hogyan függ a fonalat feszítő erő a tojás elmozdulásától! Határozzuk meg a kiemelés során végzett munkát! Függ-e ez a munka az edény keresztmetszetétől?

(*6 pont*) Közli: *Gnädig Péter,* Vácduka

G. 681. Régészeti ásatások során jó állapotban a felszínre került egy színaranyból készült, egyenletes, kis falvastagságú, egyenes henger alakú, felül nyitott, 2 literes edény. A henger belső átmérője és a belső magassága ugyanakkora.

Ha az üres edényt óvatosan egy tál vízbe helyezzük úgy, hogy a szimmetriatengelye mindvégig függőleges legyen, a test akkor kerül egyensúlyi helyzetbe, amikor a külső vízszint az edény belső magasságának $\frac{5}{8}$ részénél helyezkedik el. Határozzuk meg az edény falvastagságát!

(*3 pont*)