K. 630. Egy parti végén, mikor már mindenki indul hazafelé, a nők a nőkkel, a férfiak a férfiakkal kezet fognak. A búcsúzkodás közben betoppan a házigazda egyik barátja, aki mindazokkal kezet fog (férfiakkal és nőkkel is), akiket ismer. Összesen 83 kézfogás történt. Tudjuk, hogy a partin résztvevő férfiak közül 5-nek ott volt a felesége is. Hány embert ismerhet a házigazda betoppanó barátja?

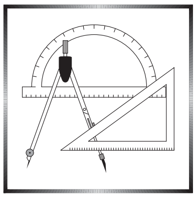
K. 631. Indokoljuk lépésről lépésre, hogy igaz a következő állítás: ha tíz pozitív egész szám szorzata három nullára végződik, akkor van közöttük hat olyan szám, amelyek szorzatára ugyanez teljesül.

K. 632. Egy apa egy kosár szilvát osztott szét a fiai között a következő módon: az elsőnek adott 2-t, és a maradék n-ed részét, a másodiknak 4-et és a maradék n-ed részét, a harmadiknak 6-ot és a maradék n-ed részét, és így tovább. Az utolsó részt magának tartotta meg. Az osztozkodás végére az derült ki, hogy mindenki egyforma mennyiségű szilvát kapott. Mennyi legyen n értéke, hogy a fenti osztozkodás megvalósítható legyen, ha legalább 2 fia van az apának?

K. 633. Dorka gondolt egy egész számra, amely legalább 3 és legfeljebb 25. Annának megmondta, hogy az a szám négyzetszám-e, prím-e, és 5 többszöröse-e. Anna a válaszokból már egyértelműen tudta, hogy Dorka melyik számra gondolt. Melyik számra gondolhatott Dorka?

Beküldési határidő: 2019. november 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1560–1566.)



Feladatok 10. évfolyamig

C. 1560. Egy iskola hat osztálya kirándulni megy Pécsre, Szegedre, Debrecenbe vagy Miskolcra. (Egy osztály csak egy városba látogat el.) Mindegyik helyszínre legalább egy osztálynak kell utaznia. Hányféleképpen választhatnak úti célt?

C. 1561. Mekkorák lehetnek egy háromszög szögei, ha a háromszögbe írt kör érintési pontjai által meghatározott háromszög hasonló az eredetihez?

Feladatok mindenkinek

C. 1562. Bizonyítsuk be, hogy ha az n egész szám esetén n^2+1 osztható 5-tel, akkor az $(n-1)^2+1$ és $(n+1)^2+1$ számok közül az egyik szintén osztható 5-tel.

C. 1563. Egy félszabályos háromszöget elforgatunk a derékszögű csúcsa körül 30°-kal, majd újra 30°-kal. Mekkora a három háromszög közös része által alkotott síkidom területe? (Félszabályosnak hívunk egy háromszöget, ha szögei 30°, 60°, illetve 90°.)

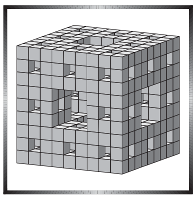
C. 1564. Egy 6×6-os négyzetrácsot rácsvonalak mentén n darab különböző területű téglalapra bontottunk föl. Adjunk példát a fölbontásra minden lehetséges $n > 1$ érték esetén.

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1565. Egy trapéz oldalai (valamilyen sorrendben) 2, 3, 5, illetve 6 egység hosszúak. Adjuk meg a területének lehető legnagyobb értékét.

C. 1566. Kétgyermekes családok körében gyakoribb-e az, hogy a testvérek különböző neműek, mint az, hogy azonos neműek? (Feltesszük, hogy minden gyermeknél p a valószínűsége annak, hogy fiú születik.)

Beküldési határidő: 2019. november 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5046–5053.)

B. 5046. Legyen $n \geqslant 3$, és tekintsük azt a gráfot, amelynek csúcsai az (i,j) rácspontok, ahol $1 \leqslant i,j \leqslant n$, és a különböző (i,j) és (k,l) pontokat akkor kötjük össze éllel, ha $i^2+j^2+k^2+l^2$ osztható 3-mal. Mely n-ekre lehet a gráf éleit úgy bejárni, hogy mindegyik élen pontosan egyszer haladunk át?

(*4 pont*) Javasolta: *Pálfy Máté* (Budapest)

B. 5047. Az ABC derékszögű háromszögben a D pont az AC befogó belsejében, az E pont az AB átfogó B-n túli meghosszabbításán helyezkedik el. Az ADE és a BCE kör második, E-től különböző metszéspontja F. Mutassuk meg, hogy $CFD\sphericalangle = 90°$.

(*4 pont*)