B. 5044. Adott az ABC háromszög AB oldalának belsejében a D, az AC oldal belsejében az E pont; a BE és CD szakaszok metszéspontja M. A BCM háromszög területe legyen x, az EDM háromszög területe pedig y. Igazoljuk, hogy

$$T_{ABC} \geqslant x\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}.$$

(*6 pont*)

B. 5045. Mely pozitív egész n számok esetén van az első n pozitív egész számnak olyan $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sorrendje, hogy az $a_1+1, a_2+2, \ldots, a_n+n$ számok mind teljes hatványok? (Egy számot teljes hatványnak nevezünk, ha előáll a^b alakban, ahol $a, b \geqslant 2$ egész számok.)

(*6 pont*)

Beküldési határidő: 2019. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

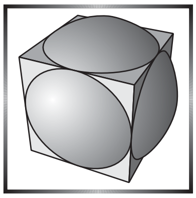
❄

Figyelem! Az idei Kürschák József Matematikai Tanulóverseny 2019. október 4-én, pénteken 14 órakor kerül megrendezésre. A versenyzőknek előzetesen regisztrálniuk kell a versenyre, az ezzel kapcsolatos információ a

`http://bolyai.hu/kurschak.htm`

oldalon található.

Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (755–757.)



A. 755. Bizonyítsuk be, hogy minden középpontosan szimmetrikus sokszöget át lehet darabolni négyzetté olyan módon, hogy véges sok sokszög alakú darabot használunk, és az egyes darabokat csak eltolni lehet. (Azaz az eredeti sokszög felbontható az $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sokszögekre, egy négyzet felbontható a $B_1, B_2, \ldots, B_n$ sokszögekre úgy, hogy $1 \leqslant i \leqslant n$ esetén A_i és B_i egymás eltoltja.)

A. 756. Keressük meg az összes olyan $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (valós számokon értelmezett, valós értékű) függvényt, melyre teljesülnek a következők:

(*i*) $f(x+1) = f(x)+1$;

(*ii*) $f(x^2) = \big(f(x)\big)^2$.

(*Romanian Masters of Mathematics* feladat alapján)

A. 757. Ha n nemnegatív egész szám, jelölje $H(n)$ a pozitív egész számoknak azon részhalmazát, amelynek i pontosan akkor eleme, ha az n kettes számrendszerbeli alakjában a hátulról i. jegy 1-es.

Két játékos, A és B a következő játékot játssza: először A választ egy k pozitív egész számot, ezután B választ egy pozitív egész n számot, melyre $2^n \geqslant k$. Legyen X a $\{0,1,\ldots,2^n-1\}$ halmaz, Y pedig a $\{0,1,\ldots,2^{n+1}-1\}$ halmaz. A k körből álló játékot A kezdi, és egy körben A választ egy számot az X vagy az Y halmazból, majd B választ egy számot a másik halmazból. $1 \leqslant i \leqslant k$ esetén jelölje x_i az i körben az X halmazból választott számot, y_i pedig jelölje az i. körben az Y halmazból választott számot.

A játékot akkor nyeri meg B, ha minden $1 \leqslant i \leqslant k$ és $1 \leqslant j \leqslant k$ esetén teljesül, hogy $x_i < x_j$ pontosan akkor, ha $y_i < y_j$, továbbá $H(x_i) \subset H(x_j)$ pontosan akkor, ha $H(y_i) \subset H(y_j)$, egyébként A nyer.

Melyik játékosnak van nyerő stratégiája?

Javasolta: *Bodnár Levente* (Cambridge)

❄

Beküldési határidő: 2019. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

ELTE matematikatanár-klubdélután

Az ELTE matematikatanár-klubdélutánt a 2019. őszi félévben 2019. október 2-án rendezik az ELTE TTK lágymányosi campusán, a déli épület 2-712-es termében.

Program:

- 16:00–16:05. A klubdélutánt megnyitja *Simon Péter,* az ELTE Matematikai Intézet igazgatója.
- 16:05–16:35. *Sztranyák Attila* (Berzsenyi Dániel Gimnázium): Végtelen gumiszalagok és Ford-körök.
- 16:40–17:10. *Keleti Tamás* (ELTE Matematikai Intézet): Ugyan mi újat lehet még a matematikában kitalálni?
- 17:25–18:30. Beszélgessünk a trigonometriáról. Bevezeti és a vitát koordinálja *Horváth Eszter* (Kempelen Farkas Gimnázium).

Részletes program:

`http://www.math.elte.hu/esemenyek/matematikatanar-delutan/`.