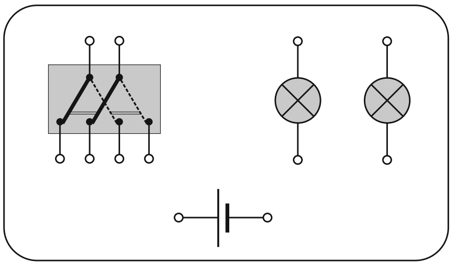
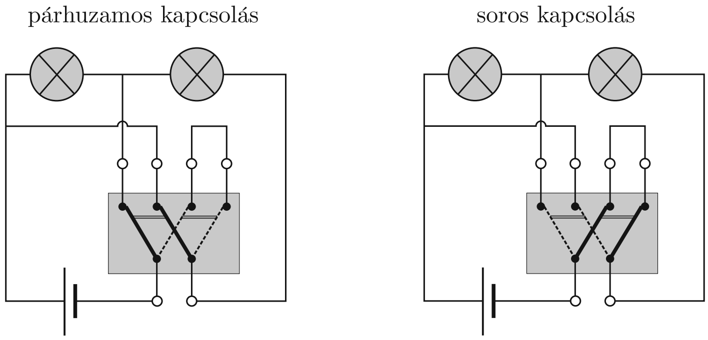


G. 663. *Az* ábrán *két izzólámpa, egy zsebtelep és egy olyan kettős kapcsoló látható, amely egyszerre vált át két érintkezőt. Tervezzünk a megadott eszközökből olyan áramkört (vagyis rajzoljuk meg a vezetékeket), hogy a kapcsoló egyik állásában a két lámpa sorosan, a másik állásában párhuzamosan legyen bekötve!*

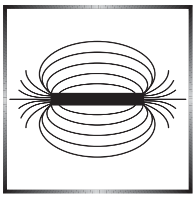
(*3 pont*)

Megoldás. Egy lehetséges megoldást mutat az *ábra*:



Hruby Lili (Budapest, ELTE Trefort Ágoston Gyak. Gimn., 10. évf.)

46 dolgozat érkezett. Helyes 30 megoldás. hibás 16 dolgozat.



Fizika feladatok megoldása

P. 5084. *Hogyan változik meg egy tükörre merőlegesen beeső fény hullámhossza, ha a tükör v sebességgel mozog a rá eső fénnyel azonos irányban?*

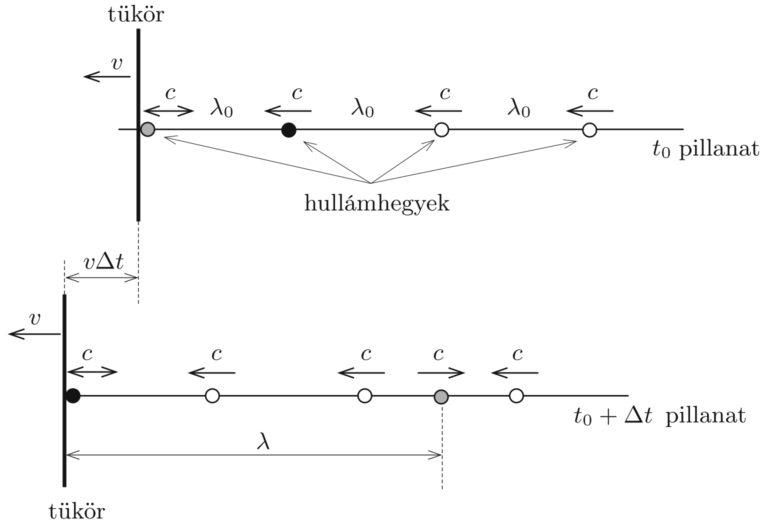
a) $v = 150\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$;

b) $v = 150\,000\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$.

(*5 pont*) *Példatári feladat nyomán*

Megoldás. Feltételezzük, hogy a fényforrás a választott koordináta-rendszerben áll, a tükör pedig állandó v sebességgel távolodik a fényforrástól. Legyen ekkor a fény eredeti hullámhossza λ_0, a viszavert fény hullámhossza pedig λ. A hullámhossz – definíció szerint – két szomszédos hullámhegy távolsága valamely időpillanatban.

Rajzoljuk le a balra mozgó tükör és a tükör felé jobbról közeledő hullámhegyek helyzetét egy olyan t_0 időpillanatban, amikor az egyik (szürkén jelölt) hullámhegy éppen eléri a tükröt (lásd az *ábra* felső részét). A következő (fekete körrel jelölt) hullámhely ekkor még λ_0 távolságnyira van a tükörtől.



A következő hullámhegy Δt idővel később éri el a tükröt. Ezalatt a tükör elmozdulása $v\Delta t$, így a fekete körrel jelölt hullámhegynek $c\Delta t = \lambda_0 + v\Delta t$ utat kell megtennie. Ezek szerint

$$\lambda_0 = (c - v)\Delta t. \tag{1}$$

Igaz továbbá, hogy Δt idő alatt az előző (szürke) hullámhegy $c\Delta t$ távolsággal mozdul el jobbra, tehát a feketén jelölt hullámhegytől

$$\lambda = (c + v)\Delta t \tag{2}$$

távolságra kerül. Ez a távolság éppen a visszavert fény hullámhossza.

A (2) és (1) egyenletek hányadosa:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{c+v}{c-v},$$

ez éppen a feladat kérdésére adott válasz.

a) Ha

$$v = 150\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}5 \cdot 10^{-6} c \ll c,$$

akkor $\lambda \approx \lambda_0$, tehát a fény hullámhossza a tükör mozgása miatt gyakorlatilag *nem változik*. A kicsiny változás mértéke:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{2v}{c-v} \approx 2\frac{v}{c} = 1{,}0 \cdot 10^{-6}.$$

b) Amennyiben

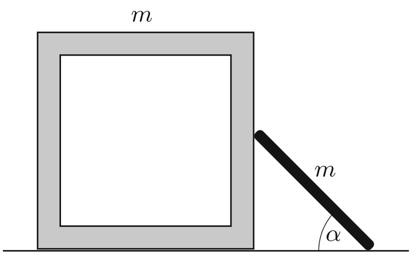
$$v = 150\,000\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} = \frac{c}{2},$$

a megváltozott hullámhossz:

$$\lambda = \frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}\lambda_0 = 3\lambda_0.$$

Bokor Endre (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.)

33 dolgozat érkezett. Helyes 17 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (1–3 pont)15 dolgozat.



P. 5090. *Vízszintes talajon egy m tömegű, kocka alakú doboz áll. A doboz egyik lapjának közepéhez egy ugyancsak m tömegű, vékony, homogén pálca támaszkodik. Kezdetben mindkét testet rögzítetten tartjuk. A pálca és a talaj által bezárt szög $\alpha = 45^\circ$.*

Mekkora gyorsulással indul el a doboz, ha a testeket elengedjük? (A súrlódás mindenhol elhanyagolható.)

(*5 pont*) Közli: *Berke Martin,* Zalaegerszeg, Zrínyi Miklós Gimnázium

Megoldás. A doboz és a rúd közötti nyomóerőt jelölje N_1, a talaj által a rúdra kifejtett erőt pedig N_2. Vízszintes irányban teljesül a lendületmegmaradás törvénye: a doboz és a rúd vízszintes irányú sebességének nagysága minden pillanatban megegyezik, és ezáltal a vízszintes gyorsulásuk is minden pillanatban azonos nagyságú (de ellenkező irányú). A rúd középpontjának függőleges gyorsulása a_y. Jelölje a doboz oldalhosszát ℓ, ekkor a rúd hossza $\sqrt{2}\frac{\ell}{2}$. Használjuk fel, hogy a rúd forgásának következtében a rúd felső vége a mozgás kezdeti szakaszában nem válik el a doboztól. A felső végpont vízszintes gyorsulása tehát a_x. A rúd szöggyorsulását jelölje β, a rúd végpontjainak a tömegközépponthoz viszonyított érintőleges (tangenciális) gyorsulását pedig a^* (a végpontok centripetális gyorsulása most még nulla, hiszen az indulás pillanata érdekes számunkra).

A következő összefüggéseket írhatjuk fel:

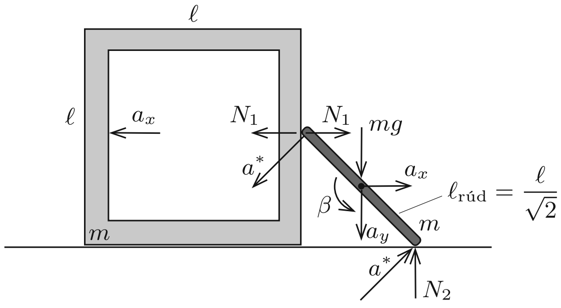
$$N_1 = ma_x, \qquad mg - N_2 = ma_y,$$

mivel a rúd a talajról nem emelkedik el:

$$\frac{a^*}{\sqrt{2}} = a_y,$$

a rúd dobozzal érintkező pontjára:

$$\frac{a^*}{\sqrt{2}} - a_x = a_x, \qquad a^* = \beta\frac{\ell}{2\sqrt{2}},$$



a rúd tömegközéppontjára:

$$\sum M = \Theta\beta \quad \to \quad N_2\frac{\ell}{4} - N_1\frac{\ell}{4} = \frac{m}{12}\left(\frac{\ell}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \frac{4a^*}{\sqrt{2}\ell}.$$

Innen kezdve a további munka már csak egyenletrendezés. N_1-et és N_2-t kifejezhetjük a_x és a_y segítségével, ez utóbbiakat pedig a^*-gal. Mindezeket a forgást leíró egyenletbe helyettesítve kapjuk, hogy

$$a^* = \frac{6\sqrt{2}}{13}g,$$

és végül a doboz kezdeti gyorsulására

$$a_x = \frac{1}{2\sqrt{2}}\,a^* = \frac{3}{13}g$$

adódik.

Marozsák Tádé (Budapest, Óbudai Árpád Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

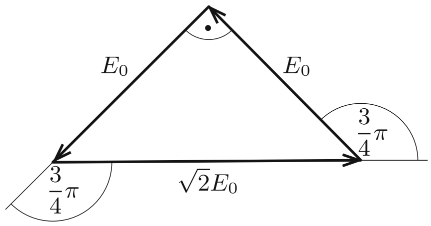
40 dolgozat érkezett. Helyes 13 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 24 dolgozat.

P. 5097. *Egy átlátszatlan lapon három vékony rés található, a szomszédos rések távolsága d. A középső rés szélessége $\sqrt{2}$-ször nagyobb, mint a szélső két rés szélessége. A réseket a lap síkjára merőlegesen λ hullámhosszúságú lézernyalábbal világítjuk meg, a diffrakciós képet az L távolságra lévő ernyőn észleljük. A nulladrendű maximumtól milyen távolságra van az ernyőn az első nulla intenzitású hely? (Tegyük fel, hogy $\lambda \ll d \ll L$!)*

(*5 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Budapest

Megoldás. Az egyes résekből érkező fény (időben szinuszosan változó) elektromos terének amplitúdója a rés szélességével arányos. Ha a szélső résekből érkező hullám amplitúdója E_0, akkor a középső résből érkezőé $\sqrt{2}E_0$.

Az egyes résekből érkező hullámok között fáziseltolódás lép fel, ezt a váltóáramoknál megtanult forgóvektoros ábrázolással vehetjük figyelembe. Ha a középső résből származó $\sqrt{2}E_0$ nagyságú térerősségét választjuk referenciának, akkor a másik két rés járulékának a referenciához viszonyítva $\pm\Delta\varphi$ szöggel elforgatott, E_0 nagyságú térerősségvektor felel meg. ($\pm\Delta\varphi$ a középső és a szélső rések járuléka közötti fáziseltolódás.)



1. ábra

Nulla intenzitású hely ott alakul ki, ahol a három térerősségvektor eredője nulla, vagyis ez a három térerősség zárt vektorháromszöget alkot (*1. ábra*). A térerősségek nagyságából következik, hogy ez a háromszög derékszögű és egyenlő szárú, tehát

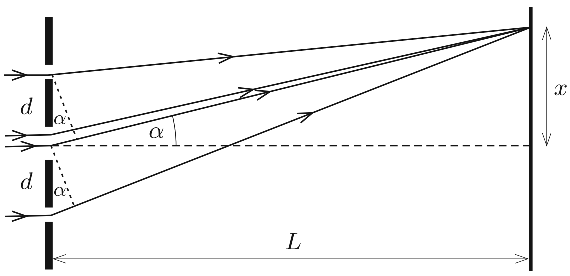
$$\Delta\varphi = 135^\circ = \frac{3\pi}{4}.$$

Az átlátszatlan lap normálisához képest α szögben elhajló sugaraknál a szomszédos rések járuléka között az útkülönbség $d\sin\alpha$, tehát

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\, d\sin\alpha$$

fáziskülönbség alakul ki (*2. ábra*). Ez akkor egyezik meg a már kiszámított $\frac{3}{4}\pi$-vel, ha

$$\sin\alpha = \frac{3}{8}\,\frac{\lambda}{d}.$$



2. ábra

Másrészt az L távolságban lévő ernyőn a nulladrendű maximumtól x távolságban lévő ponthoz tartozó elhajlási szögre fennáll, hogy

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{L}.$$

Mivel $\lambda \ll d$, $\sin\alpha \ll 1$, így

$$\frac{x}{L} = \operatorname{tg}\alpha \approx \sin\alpha = \frac{3}{8}\,\frac{\lambda}{d},$$

vagyis a keresett távolság:

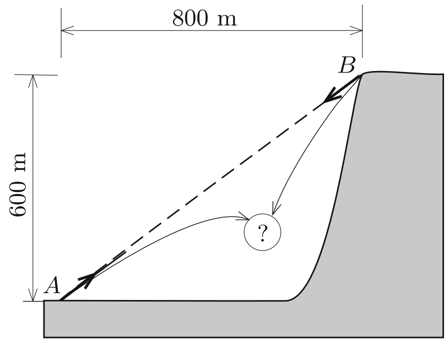
$$x = \frac{3}{8}\,\frac{\lambda L}{d}.$$

Hisham Mohammed Almalki (Rijád, Manarat Al-Riyadh School, 11. évf.)

5 dolgozat érkezett. Helyes Csépányi István, Elek Péter, Fiam Regina és Hisham Mohammed Almalki megoldása, kicsit hiányos (4 pont) Tran Quoc Dat dolgozata.

P. 5100. *Két ágyúval pontosan ugyanabban a pillanatban tüzelnek egymás felé az* ábrán *látható A és B pontból. Az A ágyú lövedékének torkolati sebessége* 40 m/s, *míg a B ágyúé* 60 m/s. *Eltalálják-e a lövedékek egymást? Ha igen, akkor hol és mikor? Ha nem, akkor hol csapódnak be a talajba?*

(4 pont) *Amerikai feladat*



Megoldás. Jelöljük a vízszintes elmozdulásokat x, a függőlegeseket pedig y indexekkel! Az AB egyenesnek a vízszintessel bezárt α szögére teljesül, hogy

$$\sin\alpha = \frac{600}{1000} = \frac{3}{5}, \qquad \cos\alpha = \frac{800}{1000} = \frac{4}{5}.$$

A lövedékek vízszintes irányú sebessége a mozgás során nem változik, nagyságuk:

$$v_{Ax} = \frac{4}{5}v_A = 32\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}; \qquad v_{Bx} = \frac{4}{5}v_B = 48\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Az egymással szemben haladó lövedékek vízszintes irányú *relatív* sebessége 80 m/s, a találkozásig tehát

$$t_0 = \frac{800\mathrm{m}}{80\ \mathrm{m/s}} = 10\ \mathrm{s}$$

idő telik el; feltéve, hogy a találkozás egyáltalán létrejön. De mivel

$$y_A(t_0) = v_{Ay}t_0 - \frac{g}{2}t_0^2 \approx -250\ \mathrm{m} < 0,$$

a lövedékek nem találkozhatnak a levegőben, mert mindkettő már korábban leesik a földre.

A földet érés helye és időpontja a függőleges irányú mozgásra vonatkozó összefüggésből kapható meg. A kezdősebességek:

$$v_{Ay} = \frac{3}{5}v_A = 24\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}; \qquad v_{By} = \frac{3}{5}v_B = 36\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

így az A ágyú lövedéke

$$t_A = \frac{2v_{Ay}}{g} \approx 4{,}9\ \mathrm{s}$$

ideig mozog és, és az ágyútól

$$s_A = v_{Ax} t_A \approx 157\ \mathrm{m}$$

távolságban csapódik a talajba.

Hasonló módon kapjuk a B lövedék mozgásának idejét:

$$600\ \mathrm{m} = v_{By} t_B + \frac{g}{2} t_B^2, \qquad \text{ahonnan} \qquad t_B \approx 8{,}0\ \mathrm{s}.$$

A becsapódás távolsága az ágyútól:

$$s_B = v_{Bx} t_B \approx 384\ \mathrm{m}.$$

Mácsai Dániel (Keszthelyi Vajda J. Gimn., 10. évf.) és
Tran Quoc Dat (Furen International School, Singapore, 12. évf.)

86 dolgozat érkezett. Helyes 54 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 18, hiányos (1–2 pont) 12, hibás 2 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 387. Vágjunk ketté egy közelítőleg gömb alakú narancsot, majd az egyik „félgömböt” tegyük egy változtatható hajlásszögű lejtőre úgy, hogy a domború felület érintkezzen a lejtővel. A lejtő felülete legyen annyira érdes, hogy a félgömb ne csússzon meg rajta. Növeljük a hajlásszöget egészen addig, amíg a félgömb megdőlve még egyensúlyban marad a lejtőn. Készítsünk az elrendezésről fényképet! Mérjük meg a maximális hajlásszöget, és szerkesszük meg a félgömb súlypontjának helyét!

(*6 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Veresegyház

G. 673. Egy téglatest alakú akváriumot lassan feltöltünk vízzel. Hányszor nagyobb nyomóerő hat a teli akvárium egy-egy oldalfalára ahhoz képest, mintha csak egyharmadáig volna feltöltve?

(*3 pont*)

G. 674. Budapest és Veresegyház között munkanapokon kétféle vonat közlekedik: az egyik személy, a másik gyorsított személy. Internetes menetrend (pl. `elvira.mav-start.hu`) alapján állapítsuk meg mindkét járat átlagsebességét! Hogyan változnak az átlagsebességek, ha a vonatnak a menetrendtől eltérően 10 percig várakoznia kell a szemből érkező, késésben lévő ellenvonatra?

(*3 pont*)