amelyek kifejezetten szemléletformáló hatással voltak rám, így megláttam a helyem a világban. Megismertem saját értékeimet és határaimat, azokat feszegetve. Megtanultam győzni és csúfosan elbukni, majd ezután felállni és tovább küzdeni.

Világos Blanka
University of Birmingham

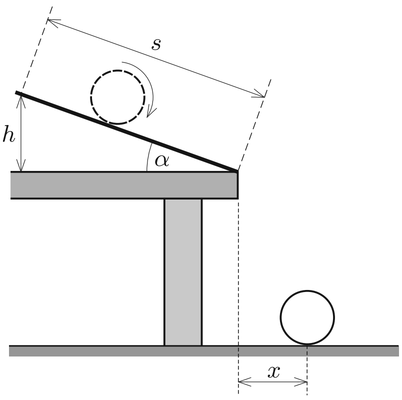
Mérési feladatok megoldása

M. 381. *Készítsünk* A4*-es írólapból (vagy annak egy részéből) ragasztással papírhengert! Gurítsuk le a hengert az asztal tetején elhelyezett, éppen az asztal széléig érő lejtőről!*

Mérjük meg, milyen messzire érkezik egy csúszásmentesen legördülő papírhenger az asztal szélének függőleges vetületétől! Hogyan függ ez a távolság a papírhenger átmérőjétől? Eredményeinket hasonlítsuk össze egy forgás nélkül lecsúszó és leeső kicsiny test (például egy pénzérme) vízszintes irányú elmozdulásával!

(*6 pont*) Közli: *Gnädig Péter,* Vácduka

Megoldás. *Mérési eszközök: lejtő, asztal, mérőszalag, vonalzó, olló, ragasztószalag, papírlapok.*



Mérési elrendezés és a mérés menete

A lejtőt az asztal tetejére helyeztem. Az asztal szélével egyvonalban jelet tettem a padlóra, és odatettem a mérőszalag végét. A papírhengert és a pénzérmét a lejtőn mindig ugyanarról a helyről indítottam, majd a földre érkezés helyét a mérőszalag segítségével határoztam meg. A papírhengernél a padlóval történő első érintkezési pontját figyeltem, a leérkező érménél a pénzdarab „elejét” tekintettem. Az érménél öt mérésből, a papírhengernél különböző átmérőknél tíz-tíz mérésből átlagoltam.

Mérési adatok
$h = 26{,}3$ cm,
$s = 73{,}5$ cm,
$\alpha \approx 22°$.

A pénzérme mért adatai (N a mérés sorszáma):

N	1	2	3	4	5
x [cm]	31,3	33	33	33,7	35,7

A papírhengerek mért adatai különböző d átmérő esetén:

$d_1 = 8{,}9$ cm

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x [cm]	13	14	11	10	10	12	11	9	10	7

és így tovább összesen hat különböző átmérőjű papírhengernél . . .

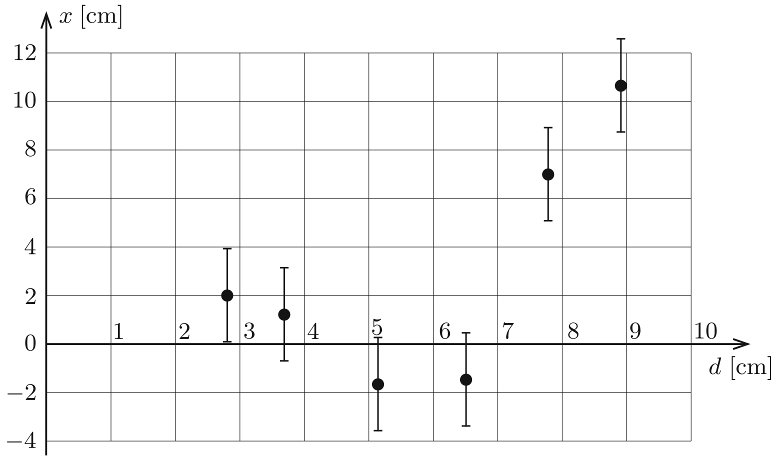
$d_6 = 2{,}8$ cm

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x [cm]	0	0	2	4	2	3	2	1	3	3

A papírhengerekre vonatkozó adatok összesítése:

d [cm]	8,9	7,7	6,5	5,1	3,7	2,8
$x_{\text{átlag}}$ [cm]	10,7	6,8	$-1{,}3$	$-1{,}6$	1,1	2,0

A mért adatok meglehetősen nagy szórása azt mutatja, hogy az eredmények hibája kb. ± 2 cm.



A papírhenger vízszintes elmozdulása a henger átmérőjének függvényében

Hibaforrások:

– a papírhenger deformálódik, alakja eltérhet a hengertől,

– a hosszmérés pontatlansága (nem számottevő),

– a leérkezés helyének pontatlan meghatározása (ez a legjelentősebb hibaforrás),

– a papírhenger „könnyűsége” miatt már a viszonylag kis légáramlat is befolyásolja a mérést.

Az egyes hibaforrásokat nehéz számszerűen jellemezni, az egész mérés pontatlanságáról leginkább a mérési adatok erős szórása árulkodik.

Tapasztalatok

Amint az várható volt, a pénzérme sokkal távolabb érte el a padlót, mint a papírhenger, hiszen rá a tömegéhez képest sokkal kisebb közegellenállási erő hat. Igaz ugyan, hogy a csúszási súrlódási erő jobban fékezi a mozgást, mint a gördülési ellenállás, de – a tapasztalat szerint – a légellenállás mindkét hatásnál jelentősebb.

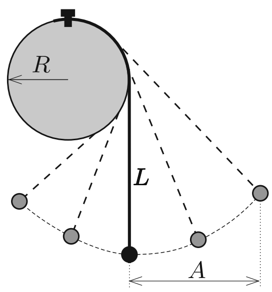
A mérés során megfigyelhetjük, hogy a henger egy eléggé szokatlan pályán mozog. Azt is észrevehetjük, hogy az $x-d$ grafikon egy viszonylag bonyolult görbe, a jelenséget tehát nem lehet egyszerűen megmagyarázni. A papírhenger egyszerre végez forgó- és haladó mozgást, így a légellenálláson kívül az ún. *Magnus-hatás* is megjelenik. (A forgó henger felülete és a vele érintkező levegő közötti „súrlódás" hatására a levegőben „cirkuláció" alakul ki, és ez a haladó mozgás irányára merőleges erőt eredményez.)

Meglepő tapasztalat, hogy a papírhenger vízszintes irányú x elmozdulása bizonyos hengerátmérők esetén negatív is lehet, vagyis a forogva eső henger visszakanyarodhat az asztal felé. Ezt a furcsa viselkedést a Magnus-hatás okozhatja.

Pácsonyi Péter (Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimn., 11. évf.)

17 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Csépányi István, Kondákor Márk, Kozák Áron, Olosz Adél és Pácsonyi Péter mérési jegyzőkönyve. Kicsit hiányos (4–5 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 7, hibás 2 dolgozat.

M. 382. *Egy vékony, hajlékony, nyújthatatlannak tekinthető fonál egyik végét egy R sugarú, vízszintes tengelyű, rögzített henger „tetejéhez" erősítjük, a másik végére pedig egy kis méretű testet akasztunk. Egyensúlyi állapotban a fonál függőleges darabja $L=3R$ hosszúságú. A testet az ábrán látható módon kitérítjük, majd magára hagyjuk. A test mozgásának periódusideje – viszonylag nagy kezdeti kitérésnél – függ az A „amplitúdótól". Mérjük meg néhány különböző A esetén, hogy hány százalékkal tér el ezen inga (ún. evolvens-inga) $T(A)$ lengésideje az L hosszúságú fonálinga $T_0=2\pi\sqrt{L/g}$ lengésidejétől!*



(*6 pont*) *Christiaan Huygens* (1629–1695) nyomán

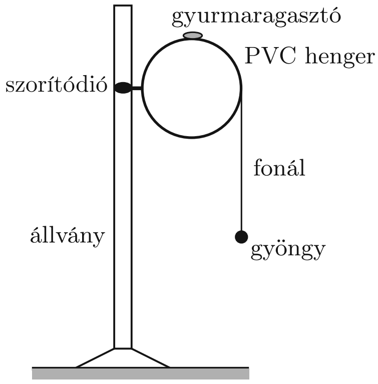
Megoldás. *Eszközök: vékony fonál, gyöngy, PVC henger, állvány, szorítódió (a rögzítéshez), állvány, gyurmaragasztó, hajlékony vonalzó, hagyományos vonalzó, filctoll (a jelöléshez), stopper.*

A mérhető x ívből az A amplitúdó a következőképpen számítható ki: A fonál teljes hossza (a gyurmaragasztótól a gyöngyig):

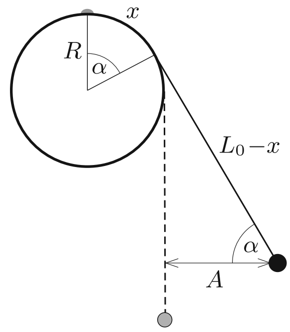
$$L_0=\frac{R\pi}{2}+3R.$$

A fonálnak a hengerre simuló darabjához tartozó szög (radiánban):

$$\alpha=\frac{x}{R}.$$



A mérési elrendezés



Elméleti megfontolás
(az A amplitúdó méréséhez)

Az amplitúdó:

$$A=(L_0-x)\cos\alpha-(R-R\sin\alpha)=\left(\frac{R\pi}{2}+3R-x\right)\cos\alpha-R(1-\sin\alpha).$$

Az R sugarat megmérve, majd x-et változtatva és azt is mérve meghatározható az $A(x)$ amplitúdó.

A mérés menete

1. Először lemértem a henger külső átmérőjét (15,0 cm), ebből adódott, hogy a sugara $R=7{,}5$ cm.

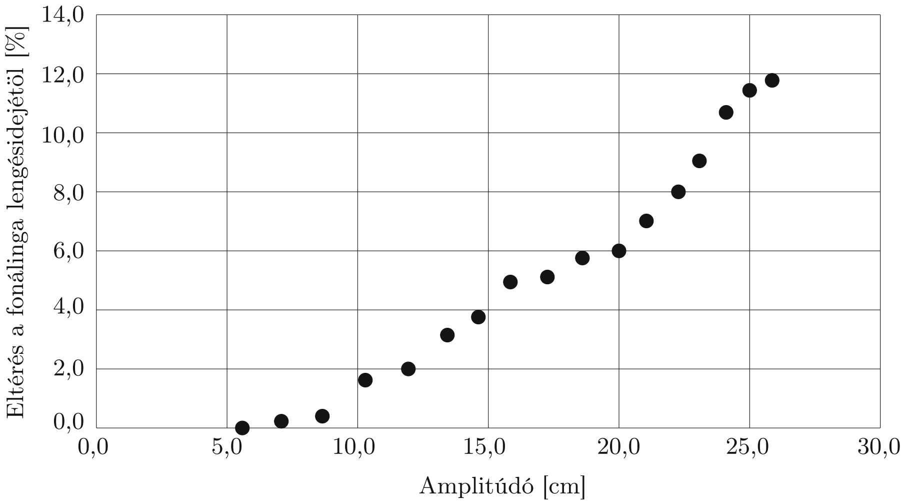
2. Rögzítettem a hengert a dióra, azt pedig a Bunsen-állványra. A fonalat ráragasztottam a „henger tetejére" a gyurmaragasztóval, majd rákötöttem a gyöngyöt úgy, hogy a fonál függőleges darabja $3R=22{,}5$ cm legyen.

3. Ezután a fonál rögzítési helyétől kiindulva 2 cm-től 10 cm-ig beosztást készítettem 0,5 cm-es osztásközökkel. Ehhez a hajlékony vonalzót és a filctollat használtam.

4. Ezt követően az ingát kitérítettem úgy, hogy a (feszesen tartott) fonál és a henger legszélső érintkezési pontja éppen egy beosztásra essen. Itt elengedtem a gyöngyöt, és mértem 5 lengés idejét.

5. A mérést minden kezdőhelyzet esetén ötször végeztem el, és a mérési eredményeket, valamint a belőlük számított mennyiségeket táblázatba foglaltam és grafikusan szermléltettem. A táblázat tartalmazta 17 különböző x érték mellett a kiszámított α(rad) szöget és az A amplitúdót, 5-5 időmérési adatot, azok 1 lengésre vonatkoztatott átlagát ($T_{\text{átlag}}$), az időadatok statisztikus szórását, valamint a $T_{\text{átlag}}$ lengésidőnek és egy $3R$ hosszúságú matematikai inga kiszámított T_0 lengésidejének $\Delta T=T_{\text{átlag}}-T_0$ eltérését. (A táblázatot terjedelmi okokból nem közöljük. – A Szerk.)

6. Ábrázoltam a $\Delta T/T_0$ relatív eltérés százalékos értékét az A amplitúdó függvényében:



A mérési hiba becslése

A lengésidő hibáját a többszöri mérés adatainak szórásából becsültem meg. Ez a (statisztikus) hiba kb. 0,4–0,6% nagyságú volt. (Ennél bizonyára sokkal nagyobb lehet a lengések csillapodásából származó, de számszerűen nehezen becsülhető szisztematikus hiba.)

A távolságmérések bizonytalansága: $\Delta R = \pm 0{,}1$ cm, $\Delta x = \pm 0{,}1$ cm, ezekből adódóan a kiszámított amplitúdó hibája: $\Delta A = \pm 0{,}2$ cm.

A mérési hiba okai:
– Az idő pontatlan mérése + reakcióidő.
– A hosszúságmérés pontatlansága.
– Nem egyforma elengedés a lengés indításakor („kis lökés”).
– Közegellenállás.

Az eredmények értékelése

1. A grafikonról leolvasható, hogy kis kezdeti értékek esetén a lengésidő jó közelítéssel valóban a rögzített felfüggesztésű (matematikai) inga T_0 lengésidejével egyezik meg.

2. Nagyobb (a henger sugarával összemérhető, vagy azt számottevően meghaladó) amplitúdók esetén a lengésidő határozottan eltér T_0-tól, a százalékos eltérés és A között (jó közelítéssel) lineáris kapcsolat áll fenn.

Olosz Adél (Pécs, PTE Gyakorló Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.)

Megjegyzés. A mérés látszólag egyszerű volt, de valójában több – egymásnak részben ellentmondó – szempont miatt egyáltalán nem könnyű. A lengésidő pontos meghatározását általában sok lengés idejének mérése teszi lehetővé. Jelen esetben a lengés csillapodása és a periódusidőnek az amplitúdótól való függése azt igényelné, hogy csak kevés (sőt, esetleg csak egyetlen egy) lengést vizsgáljunk, ami egyszerű stopper helyett elektronikus időmérést (fénykapu alkalmazását) igényelné. Az inga fonalát célszerű igen vékonyra és hajlékonyra választani, ennek azonban a szakítószilárdsága szab határt. Az inga nehezékét érdemes lenne minél nagyobb tömegűnek, de minél kisebb méretűnek választani, ezt azonban az anyagának sűrűsége és a fonál szakítószilárdsága korlátozza. A közegellenállás hatása a szokásos ingás méréseknél az amplitúdó csökkentésével mérsékelhető; esetünkben azonban ez sem valósítható meg, hiszen a mérés célja éppen a lengésidő amplitúdófüggésének kimutatása, és ez a hatás csak nagyobb kitéréseknél mutatkozik számottevőnek.

11 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Kondákor Márk, Kozák Áron, Olosz Adél és Pácsonyi Péter mérési jegyzőkönyve. Kicsit hiányos (5 pont) 3, hiányos (3–4 pont) 4 dolgozat.

Fizika gyakorlatok megoldása

G. 660. *Egy falhoz kötött, vízszintesen kifeszített, rugalmas szalagon egy csiga mászik* 1 m/h *sebességgel. A csiga a faltól indul, a szalag kezdeti hossza* 2 m. *Az indulástól számított minden óra végén a szalagot a végénél fogva* 1 *méterrel megnyújtjuk. Az indulás után mennyi idővel érkezik a csiga a szalag végére?*

(*4 pont*)

Megoldás. Mivel a szalag nyújtásakor az egész szalag egyenletesen nyúlik, a nyújtás során az a számadat marad *változatlan*, hogy a csiga a szalag hányadrészénél járt. Az első órában megtett 1 m-t, ami az eredetileg 2 m-es szalag hosszának a fele. Amikor 3 m-esre nyújtjuk a szalagot, a csiga akkor is a szalag felénél lesz, 1,5 m-re a céltól. Mielőtt újra megnyújtanánk a kötelet, a csiga ebből az 1,5 m-ből megtesz 1 m-t, így 0,5 m marad a falig, ami a 3 m-es szalaghossznak az $\frac{1}{6}$-a. Ismét megnyútjuk a szalagot 1 m-rel, így az 4 m-es lesz, aminek a hatodát, $\frac{2}{3}$ m-t kell még a csigának megtennie. Ha 1 métert 1 óra alatt tesz meg, akkor $\frac{2}{3}$ métert $\frac{2}{3}$ óra alatt. Kétszer telt el 1-1 óra és még $\frac{2}{3}$ óra.

A csiga tehát az indulásától számított 2 óra és 40 perc múlva ér el a szalag másik végére.

Osváth Klára (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 9. évf.)

71 dolgozat érkezett. Helyes 57 megoldás, hiányos (1–3 pont) 11, hibás 3 dolgozat.