Ha valós számok helyett komplex számok szerepelnek, akkor a beírt számok valós és képzetes részeivel kapott táblázatokra külön-külön alkalmazható a valós esetre adott bizonyítás, így ebben az esetben a feladat mindkét állítása igaz marad. Második próbálkozásként tekintsük a háromelemű $T=\{0,1,2\}$ testet a modulo 3 összeadás és szorzás műveletével. Mivel T-ben $3=1+1+1=0$, itt négy szám átlaga a számok összegével egyenlő. Tekintsük itt a levágott sarkú 4×3-as táblázatot, aminek szélső soraiban és oszlopaiban minden mezőbe nullát írtunk. A belső két mező mindegyikébe szintén nullát írva megfelelő kitöltést kapunk, de megfelel az a kitöltés is, ha a két belső mezőbe 1-es kerül: ezek mindegyikének három 0 és egy 1-es szomszédja van, amelyek átlaga e számok összege: $0+0+0+1=1$; így ez is egy megfelelő kitöltés, tehát az egyértelműség ekkor nem teljesül.

Továbbra is 4×3-as táblázatot és a T test elemeit használva írjunk az első (külső) sor üres mezőjébe 1-et, a többi szélső sor és oszlop mezőibe pedig nullákat. A középső (belső) oszlop két mezőjébe (az 1-es alá) írandó értékeket jelölje rendre x és y. Az x szomszédai 0, 1, 0 és y lévén $x=0+1+0+y=1+y$ szükséges. Hasonlóan, y szomszédai 0, x, 0 és 0 lévén $y=0+x+0+0=x$-nek is teljesülnie kellene, ezekből viszont $x=1+y=1+x$ következik, ami ellentmondás. Tehát ebben az esetben a táblázatnak nem létezik a feladat követelményeinek megfelelő kitöltése.

29 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott 3 versenyző: Sebestyén Pál Botond, Tóth Balázs, Weisz Máté. 5 pontos 3, 4 pontos 2, 3 pontos 6, 2 pontos 3, 1 pontos 10, 0 pontos 1 dolgozat.

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1546–1552.)

Feladatok 10. évfolyamig

C. 1546. Oldjuk meg az egész számpárok halmazán a következő egyenletet:

$$(x-8)(x-10)=2^y.$$

(*Amerikai versenyfeladat*)

C. 1547. Az $ABCDEF$ szabályos hatszög EF oldalának felezőpontját jelölje K. Adjuk meg az $ABCD$ töröttvonalon azt az L pontot, melyre az AKL háromszög területe egyenlő a hatszög területének $\frac{2}{5}$ részével.

Bakos Tibor feladata nyomán

Feladatok mindenkinek

C. 1548. Anna gondol egy 3×3-as négyzet néhány mezőjére. Ezután megmondja Bálintnak minden sorról és oszlopról, hogy hány mező szerepel benne az általa gondoltak közül. Hányféleképpen tud Anna úgy gondolni, hogy az általa adott információkból Bálint ne találhassa ki egyértelműen, melyek voltak a gondolt mezők?

C. 1549. Az AB szakasz felezőpontja legyen F, továbbá legyen az AF szakasz egy tetszőleges pontja Z. F-ben merőlegest állítunk AB-re és felmérjük rá az $FX = FA$ távolságot. B-ben is merőlegest állítunk AB-re és felmérjük rá a $BY = AZ$ távolságot úgy, hogy X és Y az AB egyenesének egyazon oldalán legyenek. Mekkora lehet az XZY szög?

Javasolta: *Surányi László* (Budapest)

C. 1550. Oldjuk meg az

$$n \cdot (1! + 2! + 3! + \ldots + n!) = (n + 1)!$$

egyenletet a pozitív egész számok halmazán.

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1551. Adott az ABC háromszög, melyről a következőket tudjuk: AD és BE súlyvonalának hossza 3 cm, illetve 6 cm, a háromszög területe pedig $3\sqrt{15}$ cm^2. Határozzuk meg a harmadik súlyvonal hosszát, ha tudjuk, hogy ez a másik kettőtől különbözik.

C. 1552. Bizonyítsuk be, hogy ha $0 < a < 1$ és $0 < b < 1$, akkor

$$\log_a \frac{2ab}{a+b} \cdot \log_b \frac{2ab}{a+b} \geqslant 1.$$

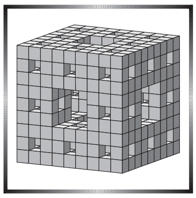
Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

❄

Beküldési határidő: 2019. június 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

A B pontversenyben kitűzött feladatok (5030–5037.)



B. 5030. Mutassuk meg, hogy minden 1-nél nagyobb egész felírható 1-nél nagyobb, $2^p \cdot 3^q$ alakú számok összegeként úgy, hogy az összegnek nincs két olyan tagja, melyek egyike a másiknak osztója. (Például $23 = 9 + 8 + 6$, $11 = 9 + 2$ vagy $12 = 12$.)

(*4 pont*) *Erdős Pál* feladata