Annak a valószínűsége, hogy ha nő vezeti az autót, akkor ő okozza a balesetet:

$$P(C|B)=\frac{0{,}31p}{0{,}35}\approx 0{,}89p.$$

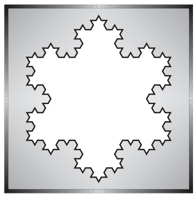
Annak a valószínűsége, hogy ha férfi vezeti az autót, akkor ő okozza a balesetet:

$$P(C|A)=\frac{0{,}69p}{0{,}65}\approx 1{,}06p.$$

Mivel $P(C|B)<P(C|A)$, így a II. esemény bekövetkezésének valószínűsége nagyobb.

Varga Péter
Budapest

C gyakorlat megoldása



C. 1497. *Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:*

$$xy=z,$$
$$xz=y,$$
$$yz=x.$$

I. megoldás. Jelölje az első egyenletet (1), a másodikat (2), a harmadikat pedig (3). A (3)-at az (1)-be beírva adódik, hogy $yz\cdot y=z$. Ha $z\neq 0$, akkor mindkét oldalt z-vel osztva ebből $y^2=1$ következik.

1. eset. $y=1$. Ekkor (1) alapján $x=z$, és így (2)-ből $x^2=1$.

Ha $x=1$, akkor (1) miatt $z=1\cdot 1=1$. Ha $x=-1$, akkor szintén (1) alapján $z=-1\cdot 1=-1$.

2. eset. $y=-1$. Ekkor (1)-ből $-x=z$, és így (2) miatt $-x^2=-1$, vagyis $x^2=1$.

Ha $x=1$, akkor (1) miatt $z=1\cdot -1=-1$. Ha pedig $x=-1$, akkor szintén (1) alapján $z=-1\cdot -1=1$.

Végül, ha $z=0$, akkor (2) miatt $y=0$, (3) miatt pedig $x=0$.

A megoldások tehát:

x	1	−1	1	−1	0
y	1	1	−1	−1	0
z	1	−1	−1	1	0

Selmi Bálint (Pécsi Leőwey Klára Gimn., 10. évf.)

II. megoldás. Könnyen látható, hogy ha x, y, z megoldás, akkor $|x|$, $|y|$, $|z|$ is megoldás. Az is világos, hogy ha valamelyik ismeretlen értéke 0, akkor a többié is; pl. $x=0$ esetén $y=xz=0=xy=z$. A pozitív megoldásokat keresve szorozzuk össze a három egyenletet; kapjuk, hogy $(xy)(xz)(yz)=zyx$, azaz $(xyz)^2=xyz$, ezért ilyenkor $xyz=1$. Az általánosság sérelme nélkül feltehetjük, hogy $x\geqslant y\geqslant z$. Ekkor viszont $x\geqslant 1\geqslant z$ miatt $x=yz\leqslant y$, így $x=y$. Hasonlóan $z=xy\geqslant y$ szerint $y=z$, tehát $x=y=z=1$ az egyetlen pozitív megoldás. A többi nemnulla megoldás ettől előjelekben különbözhet csak, mégpedig úgy, hogy az egyik ismeretlen 1, a másik kettő pedig -1.

Megjegyzések. 1. Többen – a netes megoldáshoz hasonlóan – a három egyenletet összeszorozták, és az így kapott $(xyz)^2=xyz$ egyenletből jutottak eredményre. Sokan pedig a szimmetriát kihasználva az $x=\pm1$, $y=\pm1$ és $z=\pm1$ lehetőségeket vizsgálták, az eseteket leszűkítve annak segítségével, hogy csak páros darab negatív szám lehet a változók között.

2. Nagyon sokan úgy osztottak valamelyik változóval, hogy nem kötötték ki, hogy az nem lehet 0. Közülük legtöbben így nem kapták meg az $x=y=z=0$ megoldást, sokan pedig csak úgy odaírták, hogy az is megoldás. Többen csak egész számokra oldották meg a feladatot, holott ez nem volt benne a feladat szövegében.

328 dolgozat érkezett. 5 pontos 123, 4 pontos 33, 3 pontos 54, 2 pontos 29, 1 pontos 45, 0 pontos 30 dolgozat. Nem versenyszerű 4, nem számítunk a versenybe 10 dolgozatot.

Matematika feladatok megoldása

B. 4984. *Mutassuk meg, hogy minden pozitív egész x számhoz található olyan pozitív egész y, amelyre x^3+y^3+1 osztható az $x+y+1$ számmal. Van-e olyan pozitív egész x, amelyhez végtelen sok ilyen tulajdonságú y létezik?*

(*4 pont*) Javasolta: *Surányi László* (Budapest)

I. megoldás. Az $x=1$-re nyilván $y=1$ megfelelő. Ha $x>1$ és páratlan, akkor legyen $y=x-1$; ekkor

$$x+y+1=2x\mid 2x^3-3(x-1)x=x^3+(x-1)^3+1=x^3+y^3+1.$$

Végül, ha x páros, akkor legyen $y=x+1$. Ekkor

$$\begin{aligned}x+y+1&=x+(x+1)+1=\\&=2(x+1)\mid (x+1)(2x^2+x+2)=2x^3+3x^2+3x+2=\\&=x^3+(x+1)^3+1=x^3+y^3+1.\end{aligned}$$