

B. 5028. Ha P az XYZ hegyesszögű háromszög YZ oldalának egy pontja, akkor jelölje $f(P; XYZ)$ a P -ből az XY , illetve XZ egyenesekre bocsátott merőlegesek talppontjaira illeszkedő egyenest.

Legyen az ABC háromszög magasságpontja H , talpponti háromszöge $A'B'C'$. Legyen $A'' \equiv f(B'; HCA) \cap f(C'; HAB)$. Hasonlóan definiáljuk a B'' és C'' pontokat. Mutassuk meg, hogy az AA'' , BB'' és CC'' egyenesek egy ponton mennek át.

(6 pont)

Javasolta: *K V Sudharshan*

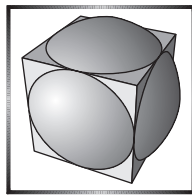
B. 5029. Tegyük fel, hogy egy focicsapat eddigi története során 1000 mérkőzést játszott és összesen 1000 pontot szerzett. (Győzelem esetén 3 pontot, döntetlen esetén 1 pontot kap, vereség esetén pedig nem kap pontot egy csapat.) Bizonyítsuk be, hogy a meccseken szerzett pontok sorozata legfeljebb $(2,9)^{1000}$ -féle lehet.

(6 pont)

Beküldési határidő: 2019. május 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

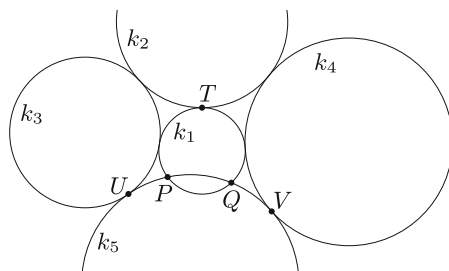
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518



Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (749–751.)

A. 749. Adott két poliomino. Az egyik egy három négyzetből álló L-alak, a másik legalább két négyzetből áll. Bizonyítsuk be, hogy ha n és m relatív prímek, akkor az $n \times n$ -es és az $m \times m$ -es tábla közül legfeljebb az egyik rakható ki a két poliomino eltoltjaival.

Javasolta: *Imolay András, Matolcsi Dávid, Schweitzer Ádám és Szabó Kristóf* (Budapest)



A. 750. Legyen k_1, \dots, k_5 öt kör a síkban úgy, hogy k_1 és k_2 kívülről érintik egymást a T pontban, k_3 és k_4 kívülről érinti a k_1 -et és a k_2 -t is, k_5 az U , illetve a V pontban kívülről érinti k_3 -at, illetve k_4 -et, továbbá k_5 a P és a Q pontban metszi k_1 -et az *ábra* szerint.

Mutassuk meg, hogy

$$\frac{PU \cdot PV}{QU \cdot QV} = \frac{PT^2}{QT^2}.$$

A. 751. Legyen $c > 0$ valós szám, és tegyük fel, hogy bármely n pozitív egész esetén az $1^c, 2^c, 3^c, \dots, n^c$ számoknak legalább az egy százaléka egész. Bizonyítsuk be, hogy c egész szám.

Beküldési határidő: 2019. május 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518



Informatikából kitűzött feladatok



I. 481 (É). A minap képek kerültek elő egy 1980-as évekbeli lövöldözős számítógépes játékról. A programban a játékos a képernyő bal széléről elindított egy űrhajót, amelynek a megsemmisülést elkerülve kellett eljutnia a képernyő jobb szélére – ezért járt a pont. Az űrhajó útját „felülről” hulló bombák akadályozták. Az első két találatot még túlélte, a harmadiknál viszont megsemmisült. Ha egy űrhajó utolért egy másik, nála lassabb űrhajót, akkor mindkettő megsemmisült.

Ebben a feladatban könnyebb dolgunk van, mint az egykori játékosoknak, pontosan ki tudjuk számítani a bombák becsapódási idejét és az elindított űrhajók útját.

A honlapunkról letölthető `ur.txt` fájlban megtaláljuk a bombák és az elindított űrhajók adatait. Az első sor két számot tartalmaz: az első a bombák B , a második az űrhajók U száma. A következő B sorban soronként három egész szám és egy karakter, a bombák adatai szerepelnek: az első a bomba becsapódásának az űrhajó indítási helyétől mért távolsága, a következő az indítás magassága, a harmadik az indítás időpontja, a negyedik a bomba típusa, amely a becsapódáskor észlelt színhatással egyezik. Minden bomba egységnyi idő alatt egységnyi távolságot tesz meg. Az első három egész szám, az utolsó pedig egyetlen karakter. Tudjuk, hogy egy időpontban adott távolságban csak egy bomba robban. A következő U sorban soronként két egész szám, az űrhajók adatai láthatók. Az első szám az indítás időpontja, a második az űrhajó sebessége (a táv, amelyet egységnyi idő alatt megtesz, értéke 1 és 5 közötti). A fájlban a bombák adatai a távolság, azon belül az indítás magassága szerint rendezettek, az űrhajók pedig indítási sorrendben vannak.

1. Olvassuk be és tároljuk el az `ur.txt` fájl tartalmát.
2. Jelenítsük meg, hogy az indítás helyéhez legközelebbi és legtávolabbi olyan helyen, ahol indítottak bombát, összesen hány bombát indítottak.
3. Határozzuk meg, hogy hol robbant az első bomba.
4. Olvassunk be egy időpontot és határozzuk meg, hogy abban a pillanatban hol, milyen típusú bombák robbannak.