A lengő súly koordinátái az előző egyenlet és addíciós tételek felhasználásával:

$$x(\vartheta) = x_2(\vartheta) + s_2 \cos\beta = r(\vartheta + \sin\vartheta),$$
$$y(\vartheta) = y_2(\vartheta) - s_2 \sin\beta = r(1 - \cos\vartheta),$$

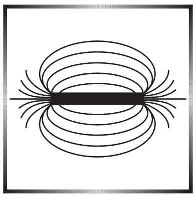
ami valóban a szükséges pálya.

Vajon miért nem találkozunk ilyen ingaórákkal, miért nem ilyennek építették a nagy pontosságú órákat? A válasz egyszerű: az ingaóra pontossága azt jelenti, hogy az ismétlődő lengések ideje a kívánalmaknak megfelelően azonos, márpedig ez biztosított, ha a lengések amplitúdója mindig ugyanakkora. Ezt megoldja az energiaveszteség megfelelő pótlása, nem szükséges tehát, hogy bármilyen amplitúdó mellett ugyanaz legyen a lengésidő.

A Huygens-féle cikloisinga gyakorlati szempontból nem hozott áttörést az igen pontos ingaórákért folyó versenyfutásban, de elméleti érdekessége és matematikai szépsége több, mint három évszázad múltán is kiérdemli csodálatunkat.

Woynarovich Ferenc

Fizika feladatok megoldása



P. 5079. *Középen átfúrt, azonos tömegű gyurmagolyók csúszhatnak egy hosszú, egyenes rúdon. Ha a rudat enyhén lejtősre állítjuk, a golyók maguktól még nem indulnak el, viszont ha elindítjuk őket, gyorsulva csúsznak lefelé. Finoman elindítva a legfelső golyót, ez eléri az alatta levőt. Ekkor összetapadnak, és együtt csúsznak tovább. Nekiütköznek a következő golyónak, ezzel is összetapadva csúsznak tovább, és így tovább. Azt tapasztaljuk, hogy mindegyik ütközés mindig ugyanakkora sebességnél következik be. Mekkora volt kezdetben az n-edik és az $(n+1)$-edik golyó közötti L_n távolság, ha az első két golyó távolsága L_1 volt?*

(*5 pont*) Közli: *Fajszi Bulcsú,* Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.

Megoldás. Legyen v a mozgó gyurmagolyók sebessége közvetlenül az ütközések előtt, v_n az n-edik golyó sebessége, amikor elindul, m a golyók tömege, a pedig a golyók gyorsulása. Az ütközések tökéletesen rugalmatlanok, így

$$v_n = \frac{(n-1)mv + 0}{nm} = \frac{n-1}{n} v.$$

Az első golyó gyakorlatilag nulla sebességről gyorsul v sebességre t_1 idő alatt, így a megtett útja

$$L_1 = \frac{0+v}{2} t_1 = \frac{v}{2} \cdot \frac{v-0}{a} = \frac{v^2}{2a}.$$

(Kihasználtuk, hogy az egyenletesen változó mozgásnál az átlagsebesség a kezdeti és a végsebesség számtani közepe, és a gyorsulást a végsebesség és a kezdősebesség különbsége határozza meg.)

Az n-edik golyó v_n sebességről gyorsul v sebességre

$$t_n = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v - v_n}{a} = \frac{v}{na}$$

idő alatt. Ebből

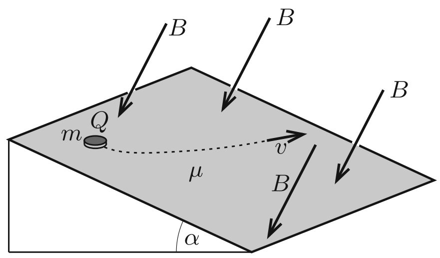
$$L_n = \frac{v_n + v}{2} t_n = \frac{\frac{n-1}{n} v + v}{2} \cdot \frac{v}{na} = \frac{(2n-1)}{n^2} \frac{v^2}{2a} = \frac{2n-1}{n^2} L_1.$$

Jánosik Máté (Győr, Révai Miklós Gimn., 9. évf.)

Megjegyzések. 1. Érdekes, hogy az eredmény nem függ a lejtő hajlásszögétől, a gyurmagolyók tömegétől, de még a súrlódási együtthatótól sem.

2. A gyurmagolyók az ütközések előtt nyugalomban vannak, ami akkor teljesül, ha $\mu_{\text{tapadási}} > \operatorname{tg}\alpha$ (α a lejtő hajlásszöge). Másrészt a meglökött gyurmagolyók $a > 0$ gyorsulással mozognak a lejtőn, hiszen a sebességük növekszik. Ez akkor teljesül, ha $\mu_{\text{csúszási}} < \operatorname{tg}\alpha$. Mindkét feltétel teljesülhet, hiszen általában fennáll, hogy $\mu_{\text{csúszási}} < \mu_{\text{tapadási}}$.

60 dolgozat érkezett. Helyes 46 megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 5, hiányos (1–3 pont) 9 dolgozat.



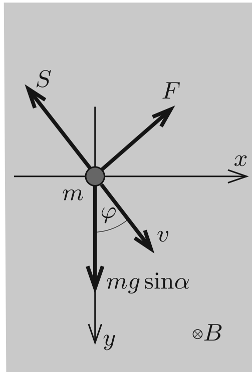
P. 5083. *Egy lejtő hajlásszöge α, rajta a súrlódási együttható μ. A lejtőn lévő m tömegű, Q töltésű, kis méretű korongra mozgása közben hat egy B nagyságú, a lejtő síkjára merőleges irányú homogén mágneses tér is.* A korongot kezdősebesség nélkül elengedjük. Határozzuk meg a korong állandósult sebességének nagyságát és irányát!*

(*5 pont*) *A Kvant nyomán*

Megoldás. Vegyünk fel egy olyan koordináta-rendszert, amelyben az y tengely lejtőirányú, az x tengely a lejtő esésvonalára merőleges. Jelöljük a test állandósult sebességét v-vel, a sebességvektor y tengellyel bezárt szögét pedig φ-vel (lásd az *ábrát,* amely felülről nézve mutatja a lejtő síkját).

*A feladat ábrája a KöMaL nyomtatott számában fordított irányú mágneses mezővel jelent meg. Az ott vázolt mozgásirány a $Q < 0$ esetnek felel meg.

Kezdetben a test sebessége nulla volt, így a megadott paraméterekre teljesülnie kell a



$$\text{(1)} \qquad \operatorname{tg}\alpha > \mu$$

feltételnek. Ha ez nem lenne igaz, akkor a súrlódási erő maximális értéke nagyobb lenne, mint a nehézségi erő lejtőirányú komponense, tehát a test nem indulna el a lejtőn.

A test sebességének irányát (hosszú idővel az elengedés után) abból a feltételből határozhatjuk meg, hogy az $\boldsymbol{F}$ Lorentz-erő merőleges a test $\boldsymbol{v}$ sebességvektorára, emiatt a mágneses erők által végzett munka *nulla.* Írjuk fel a munkatételt a testre, ha az a lejtőn állandó sebességgel s utat tesz meg! Felhasználjuk, hogy a Lorentz-erő a mágneses indukció irányára is merőleges, tehát a lejtő síkjában hat. Tudjuk még, hogy a test a lejtő síkjára merőlegesen nem gyorsul, így a nyomóerő: $N = mg\cos\alpha$, továbbá azt, hogy a súrlódási erő a sebességgel ellentétes irányú, és a nagysága

$$\text{(2)} \qquad S = \mu N = \mu mg\cos\alpha.$$

A munkatétel szerint: $mg\sin\alpha\cos\varphi\cdot s - \mu mg\cos\alpha\cdot s = 0$. Innen a test sebességét jellemző szög kifejezhető:

$$\text{(3)} \qquad \varphi = \arccos\left(\frac{\mu}{\operatorname{tg}\alpha}\right).$$

A sebesség nagyságának kiszámításához írjuk fel a test x irányú mozgására vonatkozó dinamikai egyenletet! Ehhez először állapítsuk meg a testre ható Lorentz-erő x irányú komponensét:

$$\text{(4)} \qquad F_x = QvB\cos\varphi,$$

majd a mozgásegyenletet:

$$\text{(5)} \qquad S\sin\varphi - F_x = 0.$$

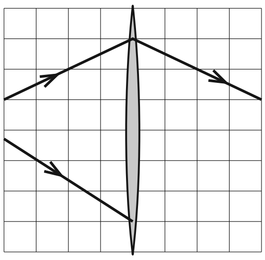
A (2)–(5) egyenletből a keresett sebesség kifejezhető:

$$v = \frac{mg}{QB}\cos\alpha\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha - \mu^2}.$$

A gyökjel alatt (1) miatt mindig pozitív mennyiség áll.

Máth Benedek (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.)

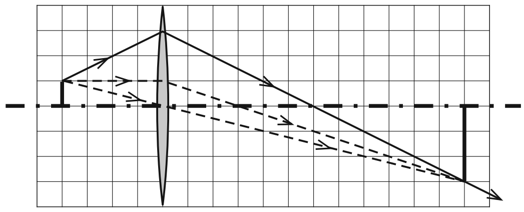
39 dolgozat érkezett. Helyes 26 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 9, hiányos (1–2 pont) 13, hibás 24 dolgozat.



P. 5085. *A mellékelt (méretarányos)* ábra *felső felén egy vékony, hagyományos gyűjtőlencsén áthaladó fénysugár menete látható. Hogyan fog továbbhaladni ugyanezen a lencsén az* ábra *alsó felén látható fénysugár?*

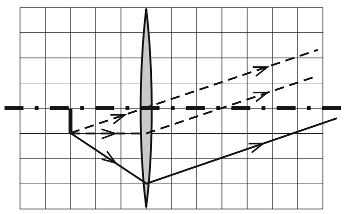
(*4 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Budapest

Megoldás. Határozzuk meg először a lencse fókusztávolságát! Tekintsük a megadott fénysugarak közül a „felsőt”, és vegyünk fel a fénysugár mentén valahol, például a lencsétől 4 egység távolságban egy tárgyat, amelyből ez a fénysugár kiindulhatott (*1. ábra*). A megadott (az ábrán folytonos vonallal jelölt) fénysugár



1. ábra

a törése után, valamint a lencse középpontján törésmentesen haladó (szaggatott vonallal jelölt) fénysugár a lencsétől 12 egység távolságban metszi egymást, tehát itt keletkezik a kép. Ugyanezen a ponton megy keresztül a tárgytól az optikai tengellyel párhuzamosan induló, majd a keresett fókuszponton áthaladó (ugyancsak szaggatott vonallal jelölt) fénysugár is. Innen megkapjuk, hogy a fókusztávolság 3 egység.



2. ábra

Foglalkozzunk most a másik, a kitűzési ábra alsó felén látható fénysugárral! Ezen sugár mentén bárhol felvehetünk egy „tárgyat”, és gondolhatjuk úgy, hogy a megadott fénysugár ezen tárgy egyik pontjából indult ki. Ha például a tárgy a lencsétől fókusztávolságnyira helyezkedik el (*2. ábra*), akkor a tárgy megfelelő pontjából kiinduló fénysugarak a lencsén átjutva párhuzamosan haladnak tovább; irányukat pl. a lencse középpontján irányváltoztatás nélkül továbbhaladó sugár egyértelműen meghatározza. Ez a fénysugár, miközben 3 egységnyit halad jobbra, az optikai tengelyhez 1 egységnyit közeledik, tehát a kérdéses fénysugár is ilyen irányban halad tovább a lencsén való átjutás után.

Debreczeni Tibor (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 12. évf.) dolgozata alapján

35 dolgozat érkezett. Helyes 21 megoldása. Kicsit hiányos (3 pont) 3, hiányos (1–2 pont) 5, hibás 6 dolgozat.