B. 5018. A szultán birodalmának mind az 1024 matematikusát börtönbe záratta. Mindegyikük csak a saját réztalléros érméjét tarthatta meg. A matematikusok tudják, hányan vannak, de semmiféle módon nem képesek kommunikálni egymással.

A szultán a születésnapján nagy kegyesen a következő játékot ajánlotta a matematikusoknak: az udvaron egyenként vagy 0-t, vagy 1-et mondanak. Ha a mondott számok összege 1, akkor szabadon bocsátja őket.

(A matematikusok nem adhatnak jelet egymásnak, nem tudják, hogy őket hányadiknak vitték ki, vagy hogy az előttük az udvaron lévők mit csináltak.)

Mekkora eséllyel szabadulhatnak ki a matematikusok?

(*5 pont*)

B. 5019. Az $ABCD$ húrnégyszögben $AB+BC=AD+DC$ és $BA+AC==BD+DC$ teljesül. Mutassuk meg, hogy $ABCD$ téglalap.

(*6 pont*)

B. 5020. Tükrözzünk egy parabolát a fókuszán átmenő, tengelyével α szöget bezáró egyenesre. Mutassuk meg, hogy a parabola és tükörképe α szögben metszi egymást.

(*5 pont*) Javasolta: *Németh László* (Fonyód)

B. 5021. Legyen a 3-mal nem osztható n pozitív egész szám 3-mal osztva 1 maradékot adó pozitív osztóinak összege $A(n)$, illetve 3-mal osztva 2 maradékot adó pozitív osztóinak összege $B(n)$. Határozzuk meg azokat az n számokat, melyekre $\left|A(n)-B(n)\right|<\sqrt{n}\,$.

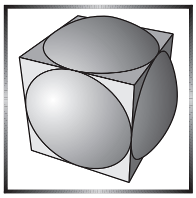
(*6 pont*)

❄

Beküldési határidő: 2019. április 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (746–748.)



A. 746. Legyen p prímszám. Hány megoldása van az $x^2+y^2+z^2+1\equiv 0$ (mod p) kongruenciának a modulo p maradékosztályok körében?

Javasolta: *Gyenes Zoltán* (Budapest)

A. 747. Egy n csúcsú egyszerű gráfban bármely k csúcsnak páratlan sok közös szomszédja van. Bizonyítsuk be, hogy $n+k$ csak páratlan lehet.

Javasolta: *Imolay András, Matolcsi Dávid, Schweitzer Ádám* és *Szabó Kristóf* (Budapest)

A. 748. Rögzített az Ω kör és belsejében az ω kör. Az egymástól különböző A, B, C, D, E pontok úgy mozognak az Ω kerületén, hogy az AB, BC, CD és DE szakaszok érintik ω-t. Az AB és CD egyenesek a P pontban, a BC és DE egyenesek a Q pontban metszik egymást. Legyen R a BCP és CDQ körök második, C-től különböző metszéspontja. Mutassuk meg, hogy R egy körön vagy egy egyenesen mozog.

Javasolta: *Carlos Yuzo Shine* (Sao Paolo)

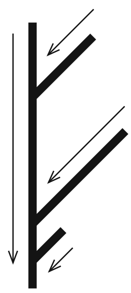
❄

Beküldési határidő: 2019. április 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

Informatikából kitűzött feladatok

I. 478. Gyerekkoromban nagymamám padlásán egy furcsa szerkezetet találtam: egy hosszú csövet, amelyhez különböző helyeken ugyanolyan átmérőjű, de különböző hosszúságú csövek csatlakoztak. Senki nem tudta megmondani, hogy mire való, de így is feltaláltuk magunkat, az éppen beleillő labdákat dobáltuk bele a szomszéd gyerekekkel. Azt néztük, hogy milyen sorrendben esnek ki a különböző színű labdák a hosszú cső végén.



A fenti eszköz ihlette ezt a feladatot, de a labdáknak nem a színe a lényeges, hanem az, hogy milyen betűt írunk rá és azt vizsgáljuk, hogy az adott időpontokban bedobott labdák milyen szöveget adnak ki a végén. Az egyszerűség kedvéért a csövek hossza egész szám és a központi csőhöz az alsó végtől egész számnyira csatlakoznak. A központi csőhöz egy ponton csak egy cső csatlakozik. A labdák a csőben egységnyi idő alatt egységnyi utat tesznek meg. A központi csőben haladó labdának elsőbbsége van, azaz az oldalról érkező csak akkor mehet tovább, ha nem akadályozza magasabbról érkező labda. Készítsünk programot, amely a csőrendszer adatainak és a betűk csövekbe kerülési idejének ismeretében megadja a kialakuló feliratot.

A program standard bemenetének első sorában a csatlakozó csövek C száma és a golyók G száma található. A következő C sorban az egyes csövek hossza és