mindkét oldalhoz $18abc$-t, és hajtsuk végre a bal oldalon kijelölt műveleteket. Így a bizonyítandóval ekvivalens

$$a^2+b^2+c^2+ab+ab+bc+bc+ca+ca+a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+a^2bc+a^2bc+$$
$$+ab^2c+ab^2c+abc^2+abc^2>18abc$$

egyenlőtlenséget kapjuk, ami a 18 változós számtani-mértani közép közötti egyenlőtlenség miatt igaz (hiszen a gyökök pozitívak), és a bal oldal szigorúan nagyobb, hiszen a gyökök nem esnek egybe a feltétel alapján.

Csiszár Zoltán (Szeged, Radnóti M. Kísérleti Gimn., 11. évf.)

II. megoldás. A bizonyítandó

$$S=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca+a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2a^2bc+$$
$$+2ab^2c+2abc^2-18abc>0$$

egyenlőtlenség bal oldala a következőképpen alakítható:

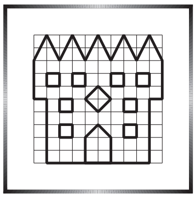
$$\begin{aligned}S&=(a^2-2abc+b^2c^2)+(b^2-2abc+a^2c^2)+(c^2-2abc+a^2b^2)+\\&\quad+2ab(c^2-2c+1)+2ac(b^2-2b+1)+2bc(a^2-2a+1)=\\&=(a-bc)^2+(b-ac)^2+(c-ab)^2+2ab(c-1)^2+2ac(b-1)^2+2bc(a-1)^2,\end{aligned}$$

ami nyilván pozitív.

Hámori Janka (Szeged, Radnóti M. Kísérleti Gimn., 10. évf.)

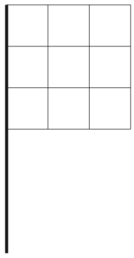
69 dolgozat érkezett. 4 pontos 52, 3 pontos 10, 2 pontos 3, 1 pontos 1, 0 pontos 3 dolgozat.

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (619–623.)



K. 619. Legfeljebb hány prímet lehet megadni úgy, hogy közülük bármely három összege is prím legyen?

K. 620. Öt pozitív egész szám összege 20. Az öt szám páronként vett különbségeinek abszolút értéke: 1, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10. Adjuk meg az összes ilyen számötöst.



K. 621. Egy kilenc fős matekszakkörön az *ábrán* látható 3×3-as osztású négyzet alakú zászlót terveznek. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat festik fel a kilenc tartományba úgy, hogy mindegyik oszlopban, sorban és átlóban a számok összege osztható legyen 3-mal. Hányféle különböző zászlót készíthetnek?

K. 622. A QUARTO játék 16 figurájának mindegyike különbözik valamiben a többitől. A figurák négy szempont alapján is két egyforma csoportra oszthatók:

– magas vagy alacsony;

– sötét vagy világos;

– kerek vagy szögletes;

– a teteje lyukas vagy sima.

El lehet-e helyezni a 16 figurát egy kör mentén úgy, hogy a szomszédosok pontosan két tulajdonságban egyezzenek meg?

K. 623. Az $ABCD$ egy négyzet alakú papírlap, melynek felénk eső fele piros, a hátulja pedig fehér. Az AC átlójának A-hoz közelebbi harmadolópontja E, C-hez közelebbi harmadolópontja F. A papírlapot az AC-re merőleges egyenesek mentén kettéhajtjuk úgy, hogy mindig hátulról előrefelé hajtunk (tehát a papír túloldala kerül felülre). Az első hajtás során az A pont az F-re kerül, a második hajtás során a C pont az E-re. A papír felénk eső látható részén mekkora a piros és a fehér területek aránya a kétszer összehajtott papírlapon?

❄

Beküldési határidő: 2019. április 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1532–1538.)

Feladatok 10. évfolyamig

C. 1532. Mutassuk meg, hogy ha az a, b, c pozitív számokra

$$a+b+c \geqslant \frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac},$$

akkor közülük valamelyik szám legalább 1.