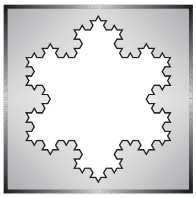
c) $$2018^{2019} > (2\cdot 10^3)^{2019} = 2^{2019}\cdot 10^{3\cdot 2019} = \left(2^{10}\right)^{201}\cdot 2^9\cdot 10^{6057} >$$
$$> \left(10^3\right)^{201}\cdot 2^9\cdot 10^{6057} = 10^{603}\cdot 2^9\cdot 10^{6057} = 512\cdot 10^{6660} >$$
$$> 5\cdot 10^2\cdot 10^{6660} = 5\cdot 10^{6662},$$

ami legalább $6663 > 6057 = 3\cdot 2019$ számjegy.

d) $$2018^{2019} \quad ? \quad 2019^{2018},$$
$$2018 \quad ? \quad \left(\frac{2019}{2018}\right)^{2018} = 2{,}7176\ldots.$$

Tehát 2018^{2019} a nagyobb.

Ratkó Éva
Budapest
(zömmel német érettségi feladatokból válogatva)



C gyakorlat megoldása

C. 1524. *Legyenek N és M pozitív egész számok, továbbá p és q különböző prímszámok. Tegyük fel, hogy $N+M$ ötjegyű, N-nek osztója a p, és osztóinak száma q, ugyanakkor M osztható q-val, és osztóinak száma p. Határozzuk meg N és M lehetséges értékeit.*

Megoldás. Egy szám osztóinak számát úgy határozzuk meg, hogy prímtényezős felbontásában a prímhatványok kitevőinél eggyel nagyobb számokat összeszorozzuk. A mi esetünkben ennek a szorzatnak prímszámnak kell lennie. Ha a prímtényezős felbontásban egynél több prímtényező szerepelne, akkor az osztók száma nem lenne prímszám; tehát mindkét szám prímhatvány.

Ebből következik, hogy ha az N számnak q darab osztója van, akkor a hatványkitevője $(q-1)$. Mivel N prímtényezős felbontásában egy prím szerepel és N osztható p-vel, így ez a prímszám a p. Tehát $N=p^{q-1}$. Hasonlóan kapjuk, hogy $M=q^{p-1}$.

Meg kell vizsgálnunk, hogy az $N+M=p^{q-1}+q^{p-1}$ összeg mikor lesz ötjegyű. Az egyenlet jobb oldalán p és q felcserélésével ugyanazt az eredményt kapjuk, így az egyszerűség kedvéért egyelőre tételezzük fel, hogy $p\leqslant q$. Ha p^{q-1} legalább hatjegyű, akkor a $p^{q-1}+q^{p-1}$ összeg is az. Mivel 2^{18}, 3^{12}, 5^{10}, illetve 7^6 legalább hatjegyű, ezért csak az alábbi 13 esetet kellett megvizsgálnunk (a táblázat belsejében a megfelelő $p^{q-1}+q^{p-1}$ értékek állnak).

$p \backslash q$	2	3	5	7	11	13	17
2	4	7	21	71	1035	4109	**65 553**
3		18	106	778	**59 170**		
5			1250	**18 026**			

Ezekben az esetekben N és M lehetséges értékei (figyelembe véve, hogy felcserélhetőek).

p	q	N	M
2	17	65 536	17
17	2	17	65 536
3	11	59 049	121
11	3	121	59 049
5	7	15 625	2401
7	5	2401	15 625

Varga Ákos (Kecskemét, Bányai Júlia Gimn., 11. évf.)

Megjegyzés. A javítás során sajnos viszonylag kevés maximális értékű megoldás született. Sokan figyelmetlenségből nem a feladat kérdésére válaszoltak, hanem csak a prímeket adták meg, az N és M számokat nem. Szintén sokan voltak, akik hat helyett csak három megoldást adtak meg, és nem vették észre, hogy N és M felcserélhető. Sokan voltak azok is, akik nem indokoltak kellően részletesen, és emiatt vesztettek pontot (általában vagy N és M p-vel és q-val felírását nem vezették le, vagy a prímek kiválasztásánál csak felírták a jókat, megmutatták, hogy azok tényleg jók, de nem indokolták, hogy más megoldások nem lehetnek). Aki egyáltalán nem indokolt, csak végeredményt közölt, az 0 pontot kapott, mivel a versenykiírás szerint pusztán az eredményközlésre nem adható pont. Emellett persze voltak szép megoldások is.

50 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott 15 versenyző: Ajtai Boglárka, Debreczeni Tibor, Hordós Adél Zita, Jankovits András, Kis Károly, Mészáros Márton, Molnár István, Nyitrai Boglárka, Pipis Panna, Rozgonyi Gergely, Sal Dávid, Sebe Anna, Székelyhidi Klára, Tóth Benedek, Varga Ákos. 4 pontos 9, 3 pontos 13, 2 pontos 1, 1 pontos 4, 0 pontos 5 dolgozat.

Matematika feladatok megoldása

B. 4947. *Igazoljuk, hogy egy kockát a keletkező darabok egybevágóságától eltekintve egyféleképpen lehet pontosan öt darab tetraéderre darabolni.*

(*6 pont*)

Megoldás. Legyen a kocka $ABCDA'B'C'D'$, aminek $ABCD$ és $A'B'C'D'$ két párhuzamos lapja, továbbá az általánosság megszorítása nélkül tegyük fel,