ami csodálatos hangulatot teremt a matekozáshoz, ismerkedéshez, illetve sporthoz. A szervezők középiskolás korú, a matematika iránt különösen fogékony fiatalok jelentkezését várják. Az MBL nyelve az angol, így jó nyelvismerettel érdemes érkezni, bár a tábor maga is kiváló lehetőség a nyelv gyakorlására. A tábor minden résztvevő számára az útiköltséget kivéve ingyenes.

Egy átlagos tábori nap során három időpontban matematikai előadásokon lehet résztvenni: érdeklődésnek megfelelően minden időpontban három-három meghirdetett előadás közül lehet választani. Néhány előadás témája: gráfszínezések, véletlen séták, harmadrendű görbék, rácsok a számelméletben, transzfinit indukció, lineáris algebra a kombinatorikában, topológia, vegyes módszerek versenyfeladatokra. Az előadásokat követően lehetőség nyílik az előadókkal való beszélgetésre, kérdések megvitatására. Esténként pedig számos szabadidős tevékenység közül lehet választani: akad társasjáték, foci, röplabda, improvizáció, éneklés, illetve tűzön való kolbászsütés is.

A táborra 2019. április 1-jétől május 1-jéig (aznap éjfélig) lehet jelentkezni, nyolc feladat megoldásával, valamint a jelentkezési lap kitöltésével a következő címen: `http://mathsbeyondlimits.eu/recruitment`. További információra, illetve a tavalyi táborból bőséges mennyiségű matematikára lehet lelni a tábor 83 oldalas brosúrájában: `http://mathsbeyondlimits.eu/mbl2018`. A táborral kapcsolatos információk, hírek elérhetőek az MBL Facebook-oldalán:

`https://www.facebook.com/mathsbeyondlimits/`.

A tavalyi táborról, a résztvevők élményeiről készült rövidfilm a következő címen tekinthető meg: `https://www.youtube.com/watch?v=s8RzoBoEU34`.

Jó matekozást, sikeres jelentkezést kívánnak a szervezők minden érdeklődőnek!

Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire

I. rész

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket:

a) $\dfrac{2x}{x-1}+\dfrac{3}{x+1}=\dfrac{6}{1-x^2}$, (*4 pont*)

b) $\cos(2x)+5\sin x=3$, (*5 pont*)

c) $|x-2|+x=4\sqrt{x}-2$. (*5 pont*)

2. Egy háromszögben az egyik oldal kétszer akkora, mint egy másik oldal; az előbbivel szemközti szög 60°-kal nagyobb az utóbbival szemközti szögnél. A háromszög területe $2\sqrt{3}$ területegység. Mekkorák a háromszög oldalai és szögei?

(*12 pont*)

3. *a*) Igaz-e az A, B kijelentések tetszőleges logikai értékénél, hogy

$$\big((\neg A \to \neg B) \wedge A\big) \to B = \mathrm{i}?$$

($\neg A =$ nem A.) (*5 pont*)

b) Igaz-e, ha $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n + b_n) = 0$, akkor $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n) + \lim\limits_{n\to\infty}(b_n) = 0$? Válaszunkat indokoljuk. (*3 pont*)

c) Hány pontja lehet annak az egyszerű, összefüggő gráfnak, amelynek 8 éle van? (*4 pont*)

4. *a*) Hány olyan kétjegyű szám van, amelyben a számjegyek különbségének abszolút értéke legfeljebb 3? (*8 pont*)

b) Ha ezek közül véletlenszerűen kiválasztunk kettő különböző számot, mennyi a valószínűsége annak, hogy az egyik páros, a másik páratlan lesz? (*5 pont*)

II. rész

5. Egy téglalap oldalainak mérőszáma egész szám. Ezt a téglalapot oldalaival párhuzamos egyenesekkel egységnégyzetekre daraboltuk, majd a széleken levőket fehérre, a többit feketére festettük.

a) Mekkorák a téglalap oldalai, ha kétszer annyi fekete négyzet lett, mint amennyi fehér? (*9 pont*)

b) Az *a*) részben kapott téglalapokból kiválasztottuk azt, amelynek oldalméretei között legkisebb a különbség, majd egy 8 egység sugarú piros körlap közepére erősítettük. Az így kapott eszközt céltáblának használjuk, ahol a telitalálatot az jelenti, ha fehér mezőbe csapódik a lövedék. Feltesszük, hogy minden lövés eltalálja a céltáblát, és annak minden pontját egyenlő valószínűséggel. Mekkora a valószínűsége, hogy Vilmos négy lövésből legalább kétszer telitalálatot ér el? Az eredményt százalékban egészre kerekítve fejezzük ki. (*7 pont*)

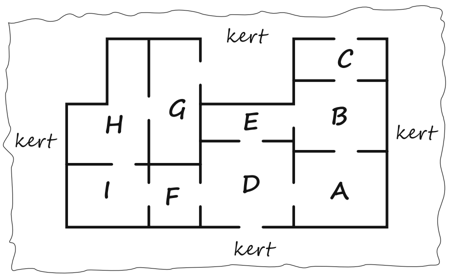
6. *a*) Az $f(x) = \frac{x^2}{4}$ függvény grafikonját tükrözzük az $A(2;5)$ pontra. Hol metszi az így kapott görbe az $f(x)$ grafikonját? (*5 pont*)

b) Húzzunk érintőt a $P(3;-4)$ pontból $f(x)$ grafikonjához. Írjuk fel az érintők egyenletét. (*6 pont*)

c) Mekkora a területe annak a síkidomnak, melyet az $f(x)$ függvény grafikonja és a $P(3;-4)$ ponton átmenő érintők zárnak közre? (*5 pont*)

7. *a*) Mutassuk meg, hogy minden n természetes számra igaz, hogy $3 \mid n^3 + 8n$. (*6 pont*)

b) Oldjuk meg a $p + q^n = 2019$ egyenletet, ahol p, q pozitív prím, n pozitív egész szám. Használjuk a függvénytáblázatot. (*6 pont*) *c*) Nagy úr éppen most kísérte végig vendégeit a birtokán, amelynek során minden ajtón pontosan egyszer mentek át. A bemutató végén a nappaliban pezsgővel koccintottak a találkozásra. Melyik helyiség a nappali? A helyiségek betűjelének felsorolásával adjunk meg egy lehetséges bejárási sorrendet. (*4 pont*)



Nagy úr házának alaprajza

8. Egy kozmetikai cég saját termékét három változatban forgalmazza a hatóanyag töménységétől, a kiszerelés mennyiségétől és a csomagolástól függően. Az A jelű termék 150 g-os, 10% töménységű; a B jelű 100 g-os, 20% töménységű; a C jelű 50 g-os, 30% töménységű. A hatóanyag és az oldószer a termék árában a mennyiségével egyenes arányban jelenik meg; az A és B jelű termék csomagolása kétszer annyiba kerül, mint a C jelű terméké. Az üzletben az A 2275 Ft-ba, a B 2500 Ft-ba, a C pedig 1725 Ft-ba kerül dobozonként.

a) Mennyi a hatóanyag és az oldószer grammonkénti ára? (*7 pont*)

Anna egyik nap észrevette, hogy az üzlet egyik polcán az A, B, C jelű termékekből annyi van, hogy számuk egy növekvő mértani sorozat három szomszédos elemével egyenlő. A számok átlaga 14, szórása $2\sqrt{14}$.

b) Hány termék volt a polcon az egyes fajtákból? (*9 pont*)

9. A 2 egység élű $ABCDEFGH$ csúcsú kocka $ABCD$ alaplapjának középpontja P; $DCGH$ oldallapjának középpontja Q; $AEHD$ előlapjának középpontja R; a BF él felezőpontja S. (A-t E-vel, B-t F-fel, C-t G-vel, D-t H-val köti össze él.)

a) Mekkora az A, P, Q, R, S csúcsú poliéder térfogata? (*8 pont*)

b) Mekkora a poliéderbe írt gömb sugara? (*8 pont*)

Németh László
Fonyód

Megoldásvázlatok a 2019/2. szám emelt szintű matematika gyakorló feladatsorához

I. rész

1. *Lara 3 piros, 4 kék és 3 sárga építőkockával játszik, melyek legfeljebb csak a színükben különböznek egymástól. Az összes építőkockát egymásra téve szeretne egy tornyot építeni.*