

**B. 5011.** Adott a síkon 6 általános helyzetű pont úgy, hogy bármely két pont távolsága különböző. Mutassuk meg, hogy megadható két olyan háromszög, amelyeknek minden csúcsa ezen pontok közül való, és a két háromszögnek van egy közös oldala, amely az egyik háromszögben a legrövidebb, a másikban a leghosszabb oldal.

(5 pont)

Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

**B. 5012.** Legyen  $f(x)$  egész együtthatós polinom. Jelölje  $f^{(n)}$  az  $f$  függvény  $n$ -szeri alkalmazását:

$$f^{(n)}(x) = \underbrace{f(\dots f(x) \dots)}_n.$$

Jelölje  $k(f)$  a legkisebb olyan  $k$  pozitív egészt, melyre  $f^{(k)}(x) \equiv x \pmod{13}$  teljesül minden  $x$  egész számra, ha létezik ilyen  $k$ , és legyen  $k(f) = 0$  egyébként. Mutassuk meg, hogy a  $k(f)$  értékek között létezik legnagyobb, és határozzuk meg a maximumot.

(6 pont)

**B. 5013.** Az  $ABC$  háromszög  $A$ -val szemközti hozzáírt köre az  $AC$  egyenest a  $B_1$  pontban érinti, a  $BB_1$  szakasz a hozzáírt kört  $B_2$ -ben metszi, és a hozzáírt körhöz  $B_2$ -ben húzott érintő a  $BC$  oldalt  $B_3$ -ban metszi. Hasonlóan, a háromszög beírt köre az  $AB$  oldalt a  $C_1$  pontban érinti, a  $CC_1$  szakasz a beírt kört  $C_2$ -ben metszi, és a beírt körhöz  $C_2$ -ben húzott érintő a  $BC$  oldalt a  $C_3$  pontban metszi. Mutassuk meg, hogy  $B_2B_3 = C_2C_3$ .

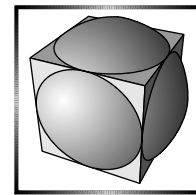
(6 pont)

Beküldési határidő: 2019. március 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

### Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (743–745.)



**A. 743.** Az  $ABCD$  konvex érintőnégyyszög beírt köre a  $BD$  átlót a  $P$  és  $Q$  pontokban metszi ( $BP < BQ$ ). A beírt kör  $AC$ -re merőleges átmérője  $UV$  ( $BU < BV$ ). Mutassuk meg, hogy az  $AC$ ,  $PV$  és  $QU$  egyenesek egy ponton mennek át.

*IOM 2018* (Moszkva) 2. feladata alapján

**A. 744.** Mutassuk meg, hogy bármely páratlan  $N > 5$  egész számhoz léteznek olyan  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$  vektorok a (három dimenziós) térben, amelyek páronként merőlegesek egymásra, nem párhuzamosak egyik koordináta-tengellyel sem, a koordinátáik egész számok, és  $|\mathbf{u}| = |\mathbf{v}| = |\mathbf{w}| = N$ .

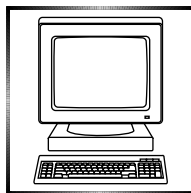
A 2018. évi Kürschák-verseny 2. feladata alapján

**A. 745.** Egy konvex poliéder minden lapja egy óramutatót hordoz; a mutatók mindig valamelyik élben szomszédos lap felé mutatnak. Minden perc végén valamelyik lap mutatója – az órajárás szerinti irányban – elfordul a következő lap felé úgy, hogy szomszédos lapok mutatói soha nem mutatnak egymás felé. Mutassuk meg, hogy van olyan mutató, amely csak véges sokszor fordul el.

**Beküldési határidő: 2019. március 10.**

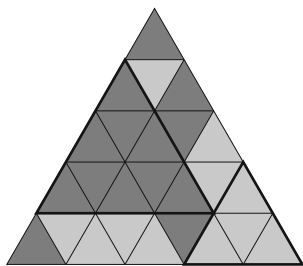
**Elektronikus munkafüzet:** <https://www.komal.hu/munkafuzet>

**Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518**



## Informatikából kitűzött feladatok

**I. 475.** Egy  $N$  oldalhosszúságú szabályos háromszög két fajta színű, egységnyi oldalú szabályos háromszögekből áll. Vizsgáljuk az  $N$  oldalhosszúságú háromszögben kirajzolódó egyszínű, szabályos háromszögeket. Készítsünk programot `i475` néven, amely megadja mindkét színhez a lehető legnagyobb területű szabályos háromszög oldalának hosszát.



A program olvassa be a standard bemenet első sorából az  $N$  oldalhosszúságot ( $1 \leq N \leq 100$ ), majd a következő  $N$  sorból a háromszög adott szintjén lévő egységnyi háromszögek színének kezdőbetűjét ( $\mathbf{k}$  = kék,  $\mathbf{s}$  = sárga).

A program a standard kimenetre írja ki a kék, majd a következő sorba a sárga háromszögekből álló legnagyobb egyszínű, szabályos háromszög oldalhosszúságát.

*Példa:*

Standard bemenet (a / jel sortörést helyettesít)	Standard kimenet
5	3
k / ksk / kkkks / kkkkkss / kssssksss	2