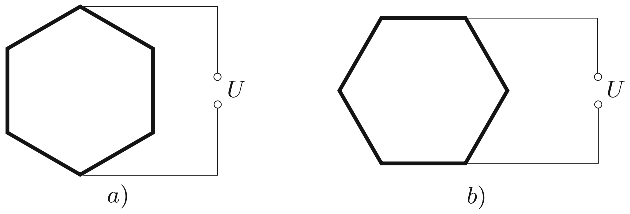


(*3 pont*)

Megoldás. Ha a hatszög egy-egy élének ellenállása R, akkor az a) esetben (amikor két darab $3R$ nagyságú ellenállást kapcsolunk párhuzamosan) az eredő ellenállás $R_a = \frac{3}{2}R$.

A b) esetben $4R$ és $2R$ ellenállás van párhuzamosan kapcsolva, az eredőjük tehát $R_b = \frac{4}{3}R$.

A fűtőszálak teljesítménye:

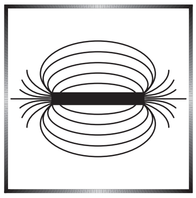
$$P_a = \frac{U^2}{R_a} = \frac{2}{3}\frac{U^2}{R} = \frac{8}{12}\frac{U^2}{R}, \qquad \text{illetve} \qquad P_b = \frac{U^2}{R_b} = \frac{3}{4}\frac{U^2}{R} = \frac{9}{12}\frac{U^2}{R}.$$

Látható, hogy a b) esetben nagyobb a fűtőszál teljesítménye, így a b) jelű kancsóban forr fel hamarabb a víz.

Szántó Barnabás (Keszthely, Vajda János Gimn., 10. évf.)

60 dolgozat érkezett. Helyes 31 megoldás. Kicsit hiányos (2 pont) 3, hiányos (1 pont) 6, hibás 18, nem versenyszerű 2 dolgozat.

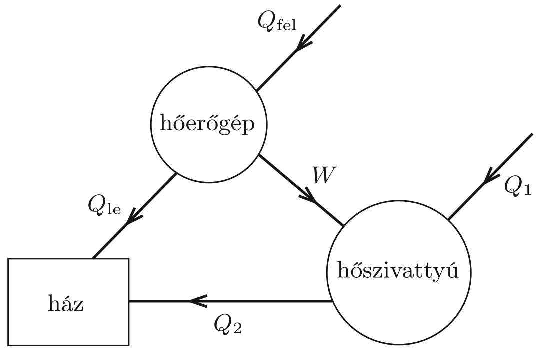
Fizika feladatok megoldása



P. 5018. *Ha a tüzelőt nem kályhában égetjük el, hanem egy hőerőgép tűzterében, a hőerőgéppel pedig egy hőszivattyút hajtunk meg, akkor a lakásba több hő juthat, mint amennyi a tüzelő elégetésekor keletkezik. Legyen a lakás a hőerőgép alsó hőtartálya, valamint a hőszivattyú felső hőtartálya. A hőszivattyú alsó hőtartálya lehet az utca levegője. Tegyük fel, hogy a hőerőgép hatásfoka η_1, a hőszivattyúról pedig tételezzük fel, hogy hőerőgépként működtetve η_2 hatásfokú lenne. Számítsuk ki, hogy a tüzelő elégetésekor felszabaduló hőnek hányszorosa kerül így a lakásba!*

(*5 pont*) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Megoldás. Az *ábrán* látható jelölések segítenek a feladat megoldásánál. Ha a tüzelőt a kályhában égetjük el, a felszabaduló hő Q_{fel}.



Amennyiben ugyanennyi hő felvételével egy η_1 hatásfokú hőerőgépet működtetünk, az a gép $W = \eta_1 Q_{\text{fel}}$ munkát képes végezni, és

$$Q_{\text{le}} = Q_{\text{fel}} - W = (1 - \eta_1) Q_{\text{fel}}$$

hőt ad le az alsó hőtartálynak (esetünkben a lakásnak).

Egy hőszivattyú W munka befektetésével az utcáról felvett Q_1 hőt a melegebb lakásba képes „szivattyúzni”, és a lakásnak $Q_2 = W + Q_1$ hőt ad le. Fordított irányú működése során a hőszivattyúnak megfelelő hőerőgép Q_2 hő felvételével $W = \eta_2 Q_2$ munkát végezne. Ennek megfelelően a hőszivattyú által leadott hő

$$Q_2 = \frac{W}{\eta_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} Q_{\text{fel}}.$$

A lakásba összesen a hőerőgép által leadott hő és a hőszivattyú által leadott hő összege kerül, ami a közvetlen elégetéskor felszabaduló hőnek bizonyos x-szerese.

$$Q_{\text{le}} + Q_2 = x \cdot Q_{\text{fel}}.$$

Behelyettesítve a korábban kiszámított értékeket:

$$(1 - \eta_1) Q_{\text{fel}} + \frac{\eta_1}{\eta_2} Q_{\text{fel}} = x \cdot Q_{\text{fel}},$$

ahonnan a kérdéses arányszám:

$$x = 1 - \eta_1 + \frac{\eta_1}{\eta_2},$$

amit

$$x = 1 + \eta_1 \left(\frac{1}{\eta_2} - 1 \right)$$

alakban is felírhatunk. Mivel $\eta_2 < 1$ és $\eta_1 > 0$, nyilván teljesül, hogy

$$\eta_1 \left(\frac{1}{\eta_2} - 1 \right) > 0, \qquad \text{vagyis} \qquad x > 1.$$

Igaz tehát a feladat szövegében szereplő állítás: a hőerőgép és a hőszivattyú együttes használatával több hő juthat a lakásba, mint amennyi a tüzelő elégetésekor keletkezik.

Bartók Imre (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján

20 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott Absur Khan Siam, Bartók Imre, Elek Péter, Marozsák Tóbiás és Olosz Adél megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 6, hiányos (2 pont) 9 dolgozat.

P. 5020. *Egy ernyőn lévő kör alakú nyílást az ernyőre merőleges, koherens lézerfénnyel világítunk meg. Az ernyőtől távolabb, az optikai tengelyre merőlegesen egy CCD-érzékelő lemezt helyeztek el. Hány százalékkal csökken az optikai tengelyen lévő pixel megvilágítása (a rá eső fény intenzitása), ha a nyílás* 1/6*-át egy átlátszatlan, körcikk alakú lemezzel eltakarjuk?*

(*5 pont*) *Példatári feladat nyomán*

Megoldás. A *Huygens–Fresnel-elv* értelmében a hullámtér minden pontja elemi hullámok kiindulópontja, és az ernyőn kialakuló eredő hullám ezen elemi hullámok interferenciájaként kapható meg.

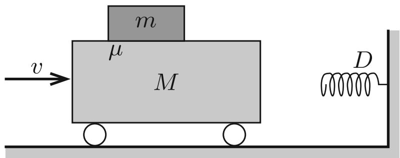
Az elrendezés szimmetriája miatt az egyes körcikkekből érkező hullámok amplitúdója ugyanakkora, és a fázisuk is megegyezik egymással. Ha kezdetben az amplitúdó A_1, akkor a nyílás $\frac{1}{6}$-át eltakarva az optikai tengelyen lévő pixelre eső hullám amplitúdója $A_2 = \frac{5}{6}\,A_1$-re csökken. Az intenzitás az amplitúdó négyzetével arányos:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \frac{25}{36} = 0{,}69.$$

Ezek szerint a középső pixelre eső fény intenzitása kb. 30%-kal fog csökkenni.

Csuha Boglárka (Keszthelyi Vajda János Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján

8 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Bartók Imre, Csuha Boglárka, Elek Péter, Markó Gábor, Marozsák Tóbiás és Olosz Adél megoldása. Hiányos (2–3 pont) 2 dolgozat.



P. 5047. *Az ábrán látható M tömegű kiskocsi és a rajta levő lapos, m tömegű hasáb v sebességgel halad a falhoz rögzített, D rugóállandójú nyomórugó felé. A hasáb és a kiskocsi felülete közötti súrlódási együttható μ.*

a) Ütközéskor megcsúszik-e a hasáb?

b) Mennyi ideig tart az ütközés?

Adatok: $M=0{,}2$ kg, $m=0{,}1$ kg, $v=1$ m/s, $D=4{,}4$ N/m, $\mu=0{,}4$.

(*4 pont*) Közli: *Németh László,* Fonyód

Megoldás. Akkor csúszhat meg a test, ha a rendszer (kiskocsi + hasáb) gyorsulása meghaladja a $\mu g\approx 3{,}9$ m/s^2 értéket. Ha ez még a rugó legnagyobb összenyomódásakor sem következik be, a hasáb nem csúszik meg.

a) A rugó legnagyobb összenyomódásakor a kiskocsi sebessége nulla. Az energiamegmaradás tételét felhasználva kiszámolhatjuk a maximális benyomódást:

$$\frac{1}{2}(M+m)v^2=\frac{1}{2}Dx^2,$$

ahonnan $x=0{,}26$ m. A rugóerő ekkor $F_{\text{max.}}=Dx=1{,}15$ N, a gyorsulás maximális értéke pedig

$$a_{\text{max.}}=\frac{F_{\text{max.}}}{M+m}=3{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Ez kisebb, mint a tapadó súrlódás által létrehozni képes μg gyorsulás, tehát a hasáb *nem* csúszik meg a kiskocsin.

b) Az ütközés ideje az az időtartam, ameddig a kiskocsi érintkezik a rugóval. Ez a harmonikus rezgőmozgás periódusidejének fele:

$$\frac{T}{2}=\pi\sqrt{\frac{M+m}{D}}=0{,}82\ \text{s}.$$

Virág Levente (Budapest, Óbudai Árpád Gimn., 10. évf.)

98 dolgozat érkezett. Helyes 36 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 25, hiányos (1–2 pont) 35, hibás 2 dolgozat.

P. 5056. *Egy* 40 N/m *rugóállandójú, elhanyagolható tömegű rugó függőleges helyzetben áll az asztalon. A rugó tetejéhez erősített, ugyancsak elhanyagolható tömegű lemezre egy* 0,2 kg *tömegű, kis méretű testet ejtünk, a lemeztől mérve* 0,4 m *magasságból. Mennyi ideig lesz a kis test a lemezen, ha nem tapad hozzá?*

(*5 pont*) Közli: *Kobzos Ferenc,* Dunaújváros

Megoldás. Jelöljük a rugóállandót D-vel, a kis test tömegét m-mel, az ejtési magasságot pedig h-val. A kis test akkor lenne egyensúlyban, amikor a rugó összenyomódása

$$x_0=\frac{mg}{D}\approx 5\ \text{cm}.$$

A lemezre eső kis test „átszalad” az egyensúlyi helyzetén, és attól A távolsággal mélyebben csökken csak a sebessége nullára. Ezután visszafelé is bejárja ugyanezt az utat, és a rugó nyújtatlan állapotánál válik el a kis test a lemeztől. A test mozgása harmonikus rezgőmozgás (annak egy részlete), a rezgés körfrekvenciája

$$\omega=\sqrt{\frac{D}{m}}=14{,}1\ \frac{1}{\mathrm{s}}.$$

A rezgés amplitúdóját az energiamegmaradás törvénye segítségével határozhatjuk meg. Az

$$mg(h+x_0+A)=\frac{1}{2}D(x_0+A)^2$$

másodfokú egyenlet pozitív gyöke:

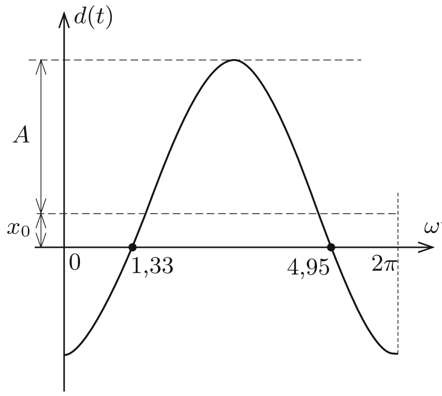
$$A=\sqrt{\frac{2mgh}{D}+\left(\frac{mg}{D}\right)^2}=\sqrt{x_0(x_0+2h)}\approx 20\ \mathrm{cm}.$$

A rugó megrövidülését (összenyomódását) a

$$d(t)=x_0-A\cos(\omega t)$$

kifejezés adja meg (lásd az *ábrát*). A kis test mindaddig nem válik el a lemeztől, amíg $d(t)\geqslant 0$, vagyis

$$\cos(\omega t)\leqslant\frac{x_0}{A}\approx 0{,}24.$$



A fenti egyenlőtlenség az

$$1{,}33\ \mathrm{rad}\leqslant\omega t\leqslant 2\pi-(1{,}33\ \mathrm{rad})=4{,}95\ \mathrm{rad}$$

intervallumon áll fenn, ami

$$\Delta t=\frac{3{,}62\ \mathrm{rad}}{\omega}=0{,}26\ \mathrm{s}$$

időtartamnak felel meg. Ennyi ideig marad tehát a kis test a lemezen.

Megjegyzés. A lemezen való tartózkodás idejét a rezgőmozgást végző test két állapotának fáziskülönbsége határozta meg. Ez a fáziskülönbség nem függ az időmérés kezdőpontjától, vagyis a rezgés kezdeti fázisától. Emiatt írhattuk le a rezgést egy fáziseltolódás nélküli koszinuszfüggvénnyel.

Schrott Márton (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 12. évf.) dolgozata alapján

77 dolgozat érkezett. Helyes 32 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 27, hibás 11, nem versenyszerű 4 dolgozat.