

A. 741. Legyen f olyan pozitív egészeken értelmezett függvény, melyre $f(n) \geq 0$ és $f(n) \leq f(n+1)$ minden n -re. Igazoljuk, hogy ha

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n^2}$$

divergens, akkor létezik olyan a_1, a_2, \dots sorozat, amelyre $\frac{a_n}{n}$ felvesz minden racionális számot értéként, míg

$$a_{n+m} \leq a_n + a_m + f(n+m)$$

teljesül minden n, m párra.

Schweitzer-feladat nyomán

A. 742. Az Ω körbe írt $ABCD$ konvex húrnégyszög AD és BC oldalegyenesei az E pontban metszik egymást. Legyen M és N a többi csúcsot nem tartalmazó AB , illetve CD körívek felezőpontja, továbbá legyen I, J, K , és L rendre az ABD , a ABC , a BCD , illetve a CDA háromszögbe írt kör középpontja. Messe Ω az IJM és KLN köröket másodszor az $U \neq M$, illetve a $V \neq N$ pontban. Mutassuk meg, hogy az E, U és V pontok egy egyenesre illeszkednek.

✱

Beküldési határidő: 2019. február 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

✱



Informatikából kitűzött feladatok



I. 472. Ma már számtalan eszköz és azt vezérlő program áll rendelkezésre, hogy az igényelt méretben és formában állítsunk elő feliratokat. 40-50 évvel ezelőtt még mechanikus céleszköz volt szükséges, hogy az írógéppel írhatóhoz hasonló karaktereket nyomjunk egy vékony műanyag szalagra. A megfelelő karaktert egy tárcsa elfordításával lehetett kiválasztani, majd egy kar meghúzásával egy műanyag szalagra rögzíteni. A benyomás eredményeként a betű alakjának megfelelő kiemelkedés jött létre, egyúttal a szalag el is fehéredett. (Az eszköz ma is szerepel a boltok kínálatában.)

Az eszköz forgatható tárcsáján az ABC betűi szerepeltek. Az egyszerűbb szerkezeteknél a tárcsát csak az egyik irányban lehetett forgatni, ezért a BABA szó leírásához kétszer is körbe kell forgatni a tárcsát. Jól látható, hogy ha a tárcsa mindkét irányban szabadon forgatható lenne, sokkal gyorsabban előállna a felirat.

Készítsünk vezérlő programot egy feliratozó gép tárcsájának kezeléséhez, amely biztosítja a feliratok legrövidebb idő alatti elkészültét. A tárcsa egy karakterrel való elfordítása egy időegységet igényel. A forgásirány megváltoztatásához V időegység kell. A folyamatosan előre haladó szalag egy karakterhellyel való elmozdítása szintén egy időegység, mozgatása a tárcsa mozgatásával párhuzamosan is történhet. Az aktuális karakter benyomása is egy időegység.

A program standard bemenetének első sorában az irányváltáshoz szükséges V érték található. A második sorban pedig a felirat olvasható, amely csak az angol ábécé nagybetűit és a szóközt tartalmazhatja, legfeljebb 200 karakter hosszban. A kimenet első sorában az elkészítéshez szükséges idő, a következőben pedig a szükséges fordítások száma és az irányváltások (jele #) szerepelnek egymástól egy-egy szóközzel elválasztva.

A tárcsa az angol ábécé nagybetűit tartalmazza ábécé sorrendben. Induláskor az A karakteren áll, ha egyet fordítunk, akkor a B karakter következik.

Példa bemenet	Példa kimenet
5 KABAI ILONA	83 10 16 1 # 1 # 8 3 3 # 1 13

A kimenet magyarázata: A tárcsa forgatásához összesen 56 időegység kell. A forgásirány háromszori megváltoztatása 15 időegység. A 10 karakter előállítása 10 időegység. Az első szó utolsó karaktere egyezik a következő szó első karakterével, így a tárcsát nem kell forgatni, de a szalagot továbbítani kell, először a szóköz helyére, majd a második I karakter pozíciójára.

Beküldendő egy `i472.zip` tömörített állományban a program forráskódja és a működéséhez szükséges egyéb fájlok, továbbá a hozzá kapcsolódó dokumentáció. Utóbbi a problémamegoldás lényeges elemeire világít rá, valamint tartalmazza, hogy a forrásállomány melyik fejlesztő környezetben fordítható.

I. 473 (É). Ebben a feladatban egy cég dolgozóinak adatai állnak rendelkezésünkre. A táblázat a következő adatokat tartalmazza: a dolgozó neve, neme, az a részleg, ahol a dolgozó a munkáját végzi, a céghez való belépés éve, valamint a dolgozó bére. Célunk egy olyan táblázat elkészítése, amellyel a cégvezetés elemezheti a dolgozók bérét. A feladatok megoldása során ügyeljünk arra, hogy az eredmények helyesek legyenek akkor is, ha új dolgozókat alkalmaz a cégvezetés, vagy ha egyes dolgozók időközben kilépnek.

1. Töltsük be a táblázatkezelő program egyik munkalapjára az A1 cellától kezdve a honlapunkról letölthető `dolg.txt` adatfájlt (tabulátorokkal tagolt, UTF-8 kódolású szövegállomány), majd mentjük a munkafüzetet `dolgozok` néven a program alapértelmezett formátumában.

2. Határozzuk meg az I4:I5 tartományban a cég dolgozóinak számát és együttes bérét (bértömegét).

3. A cégvezetés a dolgozók bérét szeretné megemelni, a dolgozók egységesen 5% béremelést kapnak. Azok azonban, akik még így sem érik el az I2-es cellában lévő bérminimumot, a bérminimumot fogják kapni. Határozzuk meg a dolgozók új bérét az F oszlop celláiban. Az adatokat kerekítsük egész számra.

4. Határozzuk meg az I6-os cellában, hogy hány olyan dolgozó lesz béremelés után, aki a bérminimumot kapja.

5. Írjuk be az I8-as cellába egy részleg nevét, majd határozzuk meg az I11:J12 tartomány celláiban az adott részleg dolgozóinak számát és átlagbérét nemenkénti bontásban.

6. Emeljük ki az I8-as cellában megadott részlegen dolgozók összes adatát feltételes formázással az A:F oszlopokban halványszürke háttérrel.

7. Jelenítsük meg az I14-es cellában képlettel az aktuális évet (például 2019.03.15-én 2019-et). A következő két feladatban használjuk fel ennek a cellának a tartalmát.

8. A cégvezetés szeretné külön jutalomban részesíteni a törzsgárdát, vagyis azokat a dolgozókat, akik több, mint 25 éve a cég alkalmazásában állnak. Emelje ki az ő nevüket feltételes formázással, félkövér betűstílussal.

9. A H17:I28 tartományban a dolgozók új bérének eloszlását szeretnénk meghatározni 50 000 Ft-os sávonként. Határozzuk meg az I17:I27 tartományban képlettel, hogy hány dolgozó esik az egyes sávokba.

10. Írjuk a H30-as cellába a **Maximális bért kap:** szöveget, és határozzuk meg az I31-es cellába az illető nevét (felhasználhatjuk, hogy egy ilyen dolgozó van).

11. Ábrázoljuk sávdiaagramon a dolgozók új bérének eloszlását! A függőleges tengelyen a sávok alsó határa jelenjen meg. A diagram címe **A megemelt bér eloszlása** legyen.

12. Formázzuk meg a táblázatot a mintának megfelelően.

	A	B	C	D	E	F
1	Név	Neme	Részleg	Belépés	Bér	Új bér
2	Beri Dániel	férfi	beszerzés	1979	222 943 Ft	
3	Csavar Pista	férfi	pénzügy	1995	234 074 Ft	
4	Lakatos Pál	férfi	beszerzés	1986	159 538 Ft	
5	Devon Mihály	férfi	asztalosműhely	2007	161 533 Ft	
6	Él Ilona	nő	beszerzés	1982	299 865 Ft	
7	Gábor Gizella	nő	értékesítés	2003	181 108 Ft	
8	Kálvin Ödömér	férfi	lakatosműhely	1976	321 959 Ft	
9	Kolompár Gáspár	férfi	asztalosműhely	2003	253 794 Ft	
10	Sörös Sándor	férfi	lakatosműhely	2012	202 216 Ft	
11	Léc Elek	férfi	asztalosműhely	2001	220 506 Ft	
12	Vonal Deodát	férfi	beszerzés	1997	187 753 Ft	

Beküldendő egy tömörített `i473.zip` állományban a megoldást adó táblázatkezelő munkafüzet és egy rövid dokumentáció, amely megadja a felhasznált táblázatkezelő nevét és verzióját.

I. 474. A jamaicai jégkorongbajnokság utolsó, mindent eldöntő mérkőzését a Grizzlivedvék félelmetes hírű csapata a Pingvinekkel játssza. Döntetlen esetén, vagy ha a Grizzlik győznek, ők a bajnokok. Ha viszont a Pingvinek győznek, akkor a Pingvinek nyerik a bajnokságot.

A Pingvinek – akiket alacsonyabb termetük miatt sokak esélytelenebbnek tartottak – az első két harmadban, nem kis szerencsével egygólos előnyt szereztek. A statisztikák szerint, ha a szokásos rendszerben játszanak, akkor a Grizzlik átlagosan 600, a Pingvinek átlagosan 900 másodpercenként szereznek gólt. Ha viszont a Grizzlik lehozzák a kapusukat, és öt helyett hat mezőnyjátékosral rohamoznak, akkor 180 másodpercenként szereznek, de – az üresen hagyott kapu miatt – 90 másodpercenként kapnak gólt. Ha továbbra sem változik az eredmény, mennyi idővel a mérkőzés vége előtt érdemes a Grizzliknek lehozniuk a kapusukat, hogy a lehető legnagyobb valószínűséggel kiegyenlítsenek?

Készítsünk számítógépes programot, amely megadja a választ a feltett kérdésre.

Beküldendő egy `i474.zip` tömörített állományban a program forráskódja és a dokumentáció, amely a megoldási módszer rövid ismertetése mellett megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztő környezetben fordítható.

Javasolta: *Kós Géza*

I/S. 32. Egy iskola könyvtárban összesen M darab számítógép van. Egy nap N diák előre megadta, hogy melyik időpillanattól melyik időpillanatig szeretne használni egy gépet. Tegyük fel, hogy egy diák az a_1 időpillanattól a b_1 időpillanatig szeretne gépezni, egy másik pedig a_2 -től b_2 -ig. Ők csak akkor használhatják ugyanazt a gépet, hogyha $b_1 < a_2$ vagy $b_2 < a_1$. Ha egy diák nem tud használni egy gépet sem a teljes kért időtartam alatt, akkor a könyvtárosnak el kell utasítania a kérését. Mivel csak M gép van, így nem biztos, hogy mindenkinek lesz szabad gépe. A könyvtáros szeretne a lehető legkevesebb diáknak nemet mondani. Segítsünk neki egy programmal, amely megadja, hogy legkevesebb hány diáknak és kiknek kell nemet mondania.

Bemenet: Az első sor tartalmazza a diákok N számát és a gépek M számát. A diákokat 0-tól $N - 1$ -ig indexeljük. A következő N sor mindegyike egy a és egy b számot tartalmaz, amely leírja, hogy az adott diák mettől meddig szeretne gépezni.

Kimenet: Az első sor tartalmazza azt a minimum számot, ahány diáknak nemet kell mondani. A következő sor tartalmazza azon diákok indexét növekvő sorrendben, akiknek nemet kell mondani. Több lehetséges megoldás, vagyis azonos számú elutasított diák esetén a legkisebb indexű diákokat fogadja a könyvtáros.

Példa bemenet (a / jel sortörést helyettesít)	Példa kimenet
5 3	1
5 9 / 10 18 / 6 15 / 14 21 / 8 16	4

Korlátok: $1 \leq N, M \leq 10^5$, $0 \leq a, b \leq 10^9$, egy diákra: $a < b$.

Időkorlát: 0,5 mp.

Értékelés: A pontok 20%-a kapható, ha $N \cdot M \leq 10^6$; további 20% kapható, ha $b - a = 1$ minden diákra; további 20% kapható, ha $a, b \leq 10^6$ minden diákra; további 40% kapható az eredeti korlátokra.

Beküldendő egy `is32.zip` tömörített állományban a megfelelően dokumentált és kommentezett forrásprogram, amely tartalmazza a megoldás lépéseit, valamint megadja, hogy melyik fejlesztő környezetben futtatható.

S. 131. Egy cukrászatban különböző díszítéseket lehet kérni a tortákra. Összesen N különböző dísz van, egy tortára pontosan M darab dísznek kell kerülnie. Hogy ne legyen egyhangú a torta, egyféle díszből legföljebb K darab kerülhet egy tortára. Ezen feltételek mellett a cukrászat elkészítette az összes különböző díszítésű tortát, mindegyikből pontosan egyet. Ezután a tortákat autók szállították el különböző cukrászdákba. Minden autó pontosan P tortát tudott szállítani, se többet, se kevesebbet. A maradék tortákat, amiket nem tudtak elszállítani, a cukrászat dolgozói fogyasztották el. Adjuk meg, hogy hány tortát kaptak a dolgozók, illetve a torták számának P -vel való osztási maradékát.

Bemenet: egyetlen sor tartalmazza az N , K , M , P számokat.

Kimenet: egy egész számot tartalmaz, amely megadja a dolgozók által kapott torták P szerinti maradékát.

Példa:

Bemenet	Kimenet
3 2 3 5	1

Korlátok: $1 \leq N, KM \leq 10^{17}$; $K < M$; $2 \leq P < 10^6$. Időlimit: 0,5 másodperc.

Értékelés: a pontok 20%-a kapható, ha $N, K, M \leq 20$; további 20% kapható, ha $N, K, M \leq 10^6$; további 10% kapható, ha P prím; további 10% kapható, ha M osztható K -val; további 40% kapható az eredeti korlátokra.

Beküldendő egy `s119.zip` tömörített állományban a megoldást leíró dokumentáció és a program forráskódja.

*

A feladatok megoldásai regisztráció után a következő címen tölthetők fel:

<https://www.komal.hu/munkafuzet>

Beküldési határidő: 2019. február 10.

*