

B. 5003. Igaz-e, hogy ha egy tetraéder hat élfelezőpontja közül öt illeszkedik egy gömbre, akkor a hatodik élfelezőpont is illeszkedik ugyanerre a gömbre?

(5 pont)

B. 5004. $2n$ egymást követő egész szám között legfeljebb hány olyan lehet, amely osztható az $n + 1$, $n + 2$, \dots , $2n$ számok közül legalább az egyikkel?

(6 pont)

Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

B. 5005. Az ABC hegyesszögű háromszög magasságvonalainak talppontja a BC , CA , AB oldalakon rendre D , E , F , az ABC háromszög magasságpontja M . Jelölje az AB , mint átmérő fölé rajzolt kört k_1 , a DEM háromszög körülírt körét k_2 . Vegyük föl a k_2 körnek a D pontot nem tartalmazó EM ívén az E , M pontoktól különböző P pontot. Messe a DP egyenes a k_1 kört másodszor a Q pontban, és legyen a PQ szakasz felezőpontja R . Mutassuk meg, hogy az AQ , MP , FR egyenesek egy pontban metszik egymást.

(6 pont)

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

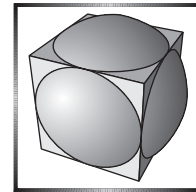
Beküldési határidő: 2019. február 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

*

Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (738., 740–742.)



A decemberi számunkban kitűzött **A. 738.** feladat hibás volt; helyette új feladatot tűzünk ki, amely a januári feladatokkal együtt küldhető be. A hibáért elnézést kérünk.

A. 738. Tekintsük a következő számsorozatot: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 3$, illetve

$$a_{n+3} = \frac{a_{n+1}^2 + a_{n+2}^2 - 2}{a_n}$$

minden $n \geq 1$ egészre. Bizonyítsuk be, hogy a sorozat minden tagja pozitív egész szám.

A. 740. Egy $k \times k$ -as számtáblázatban az $1, 2, \dots, m$ számok pontosan egyszer szerepelnek, míg a maradék helyen 0 áll. Tegyük fel, hogy az összes sorösszeg és oszlopösszeg azonos. Legalább mekkora m értéke, ha $k = 3^n$ ($n \in \mathbb{N}^+$)?

Javasolta: *Sztranyák Attila* és *Erben Péter*, a 2017. évi Kalmár-verseny feladata alapján

A. 741. Legyen f olyan pozitív egészeken értelmezett függvény, melyre $f(n) \geq 0$ és $f(n) \leq f(n+1)$ minden n -re. Igazoljuk, hogy ha

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n^2}$$

divergens, akkor létezik olyan a_1, a_2, \dots sorozat, amelyre $\frac{a_n}{n}$ felvesz minden racionális számot értéként, míg

$$a_{n+m} \leq a_n + a_m + f(n+m)$$

teljesül minden n, m párra.

Schweitzer-feladat nyomán

A. 742. Az Ω körbe írt $ABCD$ konvex húrnégyszög AD és BC oldalegyenesei az E pontban metszik egymást. Legyen M és N a többi csúcsot nem tartalmazó AB , illetve CD körívek felezőpontja, továbbá legyen I, J, K , és L rendre az ABD , a ABC , a BCD , illetve a CDA háromszögbe írt kör középpontja. Messe Ω az IJM és KLN köröket másodszor az $U \neq M$, illetve a $V \neq N$ pontban. Mutassuk meg, hogy az E, U és V pontok egy egyenesre illeszkednek.

✱

Beküldési határidő: 2019. február 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

✱



Informatikából kitűzött feladatok



I. 472. Ma már számtalan eszköz és azt vezérlő program áll rendelkezésre, hogy az igényelt méretben és formában állítsunk elő feliratokat. 40-50 évvel ezelőtt még mechanikus céleszköz volt szükséges, hogy az írógéppel írhatóhoz hasonló karaktereket nyomjunk egy vékony műanyag szalagra. A megfelelő karaktert egy tárcsa elfordításával lehetett kiválasztani, majd egy kar meghúzásával egy műanyag szalagra rögzíteni. A benyomás eredményeként a betű alakjának megfelelő kiemelkedés jött létre, egyúttal a szalag el is fehéredett. (Az eszköz ma is szerepel a boltok kínálatában.)