a klasszikus Hamilton-elvnek megfelelően S értéke közel stacionárius. (Az érvelés láthatóan ugyanaz, mint a Fermat-elv esetében.)

A Hamilton-elv ily módon a kvantumfizikában is „működik”, csak itt nem az egyetlen megvalósuló tér-idő pályát jelöli ki, hanem a $\psi(x,t)$ hullámfüggvény változását meghatározva valószínűségeket ad meg. Például annak valószínűségét, hogy az A pontból kibocsátott részecske t idővel később valamely B pontban éri el a detektort. Határesetben, a makroszkopikus méretekhez közeledve $S_{\mathcal{P}}/h$ annyira megnövekszik, hogy konstruktívan interferáló amplitúdókat már csak olyan utak adnak, amelyek gyakorlatilag egybeesnek a klasszikus hatáselv egyetlen pályájával; ez már átmenet a klasszikus mechanika területére.

Feynman útintegrálja természetesen csak egy a kvantummechanika módszerei között, technikai eszköz, amelyik esetenként előnyösen alkalmazható a részecskefizika területén. Ezen túl azonban a „hagyományos” kvantumfizika szemléletes, újszerű megfogalmazása is, amelyben a legkisebb hatás elve, a koordináták választásától független hatásfüggvény stacionárius értéke ugyanolyan meghatározó szerepű, mint Lagrange és Hamilton klasszikus mechanikájában.

Irodalom

[1] Simonyi Károly: *A fizika kultúrtörténete, a kezdetektől a huszadik század végéig* (Ötödik, javított, bővített kiadás). Akadémiai Kiadó, Budapest 2011.

Solt György
Svájc, Zug

Mérési feladat megoldása

M. 380. *Mérjük meg egy főtt tojás tehetetlenségi nyomatékát a szimmetriatengelyére vonatkozólag!*

(*6 pont*) Közli: *Simon Péter,* Pécs

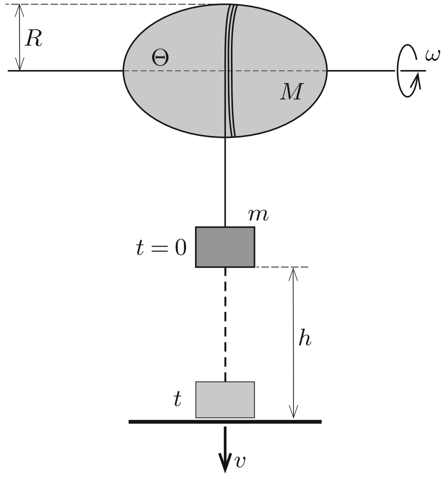
Megoldás. *Eszközök:* főtt tojás, tolómérő, stopper, mérőszalag, hústű, állványok, vékony fonál, ragasztószalag, a tojásnál kisebb tömegű súly.

A mérés mente: A tojás hosszanti tengelyén keresztülszúrtam a hústűt. A hústű végeit egy-egy állványra rögzítettem, figyelve arra, hogy a tű vízszintes legyen. A tojásra a közepénél ragasztószalaggal rögzítettem a fonalat, aminek a végére kötöttem a súlyt. A fonalat feltekertem a tojásra (végén a súllyal) majd egy bizonyos h magasságból elengedtem a súlyt, és mértem a leérkezésének t idejét.

Három magasságból indítottam a mozgást és mindegyiknél háromszor mértem az időket. Ezen időtartamok átlagából kiszámítottam a mozgás átlagsebességét, majd a tojás sugarának (R) ismeretében a meghatároztam a tojás tehetetlenségi nyomatékát.

Mérés elmélete: Feltételeztem, hogy a rendszer mechanikai energiája állandónak tekinthető: $E_{\mathrm{mech.}}=$ állandó, vagyis

$$mgh=\frac{1}{2}\Theta\omega^2+\frac{1}{2}mv^2.$$



Mivel ismerjük a szögsebesség és a nehezék sebessége közötti $\omega=\frac{v}{R}$ kapcsolatot, valamint az egyenletesen gyorsuló mozgás h/t átlagsebessége és a végsebessége közötti összefüggést:

$$v=\frac{2h}{t},$$

ezekből kifejezhetjük a tehetetlenségi nyomaték keresett értékét a mérhető mennyiségekkel:

$$\Theta=mR^2\left(\frac{gt^2}{2h}-1\right).$$

Mérési eredmények. Először megmértem, hogy

– a tojás tömege: $M=0{,}069$ kg,

– a nehezék (súly) tömege: $m=0{,}02$ kg,

– a tojás legnagyobb „sugara” a szimmetriatengelyére merőleges irányban: $R=2{,}58$ cm,

– a tojás „hosszmérete”: $2a=5{,}9$ cm. (Erre a méretre a kiértékelésnél nem volt szükség.)

A mért időtartamokat, azok átlagát, a belőlük számolt tehetetlenségi nyomatékokat, azok átlagát és az átlagtól való eltéréseket (a statisztikus hibát) az alábbi *táblázat* mutatja. A mérés pontosságáról a statisztikus hiba abszolút értékének átlaga ad felvilágosítást. (Az eltérések négyzetének átlagából, a szórásnégyzetből is lehet következtetni a mérés pontosságára.)

<table>
<tr><th></th><th>h [cm]</th><th>t [s]</th><th>$\bar{t}$ [s]</th><th>Θ [kg m^2]</th><th>$\overline{\Theta}$ [kg m^2]</th><th>$|\Delta\Theta|$ [kg m^2]</th><th>$\overline{|\Delta\Theta|}$ [kg m^2]</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1.</td><td rowspan="3">50</td><td>0,42</td><td rowspan="3">0,51</td><td rowspan="3">$2{,}06\cdot10^{-5}$</td><td rowspan="9">$1{,}94\cdot10^{-5}$</td><td rowspan="3">$12\cdot10^{-7}$</td><td rowspan="9">$4\cdot10^{-7}$</td></tr>
<tr><td>0,52</td></tr>
<tr><td>0,58</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2.</td><td rowspan="3">75</td><td>0,63</td><td rowspan="3">0,61</td><td rowspan="3">$1{,}90\cdot10^{-5}$</td><td rowspan="3">$4\cdot10^{-7}$</td></tr>
<tr><td>0,60</td></tr>
<tr><td>0,61</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3.</td><td rowspan="3">100</td><td>0,74</td><td rowspan="3">0,70</td><td rowspan="3">$1{,}86\cdot10^{-5}$</td><td rowspan="3">$8\cdot10^{-7}$</td></tr>
<tr><td>0,67</td></tr>
<tr><td>0,70</td></tr>
</table>

Összefoglalva a mérés eredményét megállapíthatjuk, hogy az adott (viszonylag nagy méretű) tojás tehetetlenségi nyomatéka a szimmetriatengelyére vonatkoztatva:

$$\Theta_{\text{tojás}} = (1{,}9 \pm 0{,}1) \cdot 10^{-5}\ \mathrm{kg\,m^2}.$$

A becsült hiba nagyságát azért adtuk meg a statisztikus bizonytalanság kb. kétszereseként, mert a statisztikus hiba mellett a mért mennyiségek (időtartamok, távolságok, a tömeg mérésének leolvasási hibája és a szisztematikus hibák, pl. a tengelysúrlódás és a légellenállás), továbbá emberi tényezők (reakcióidő, tévedések) is felléphetnek.

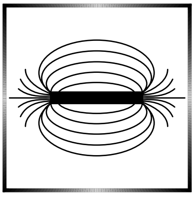
Összehasonlítás egy elméleti értékkel: Ha feltételezzük, hogy a főtt tojás homogén anyageloszlású, tömör test, amelynek az alakja R, R és a féltengelyű forgásellipszoiddal közelíthető, akkor a tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta_{\text{elméleti}} = \frac{2}{5}MR^2 = 1{,}85 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{kg\,m^2}.$$

Ennek az elméleti becslésnek is van (az M és R mennyiségek mérési pontatlansága miatt) hibája, ez kb. 1%-os lehet. Ezt növeli még a tojás alakjára és a tömegeloszlására tett feltevésünk bizonytalansága. Összahasonlítva a *mért* és a *számított* tehetetlenségi nyomatékokat megállapíthatjuk, hogy azok a mérési hibahatáron belül megegyeznek, ez a feltevéseink jogosságát támasztja alá.

Varga Áron (Keszthelyi Vajda János Gimn., 10. évf.)

18 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Csépányi István, Kondákor Márk, Kozák Áron, Morvai Orsolya, Olosz Adél, Pácsonyi Péter és Varga Áron megoldása. Kicsit hiányos (4–5 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 5, hibás 1, nem versenyszerű 2, nem értékelhető 1 dolgozat.



Fizika feladatok megoldása

P. 5025. *Torricelli-kísérletet végzünk egy vastag falú üvegcsővel. A cső belső keresztmetszete* 1 cm^2*, a külső keresztmetszete* 3 cm^2*. A cső tömege* 624 g*, és* 2 cm *mélyen nyúlik a higanyba.*

Mekkora erővel kell tartani a csövet ilyenkor?

(*4 pont*) Közli: *Werner Bence Tamás,* Budapest

Megoldás. A jelöléseket a (nem méretarányos) *ábrán* tüntettük fel.

Az ismert adatok:

$m = 624$ g $= 0{,}624$ kg;
$A_1 = 1$ cm$^2 = 1 \cdot 10^{-4}$ m^2;
$A_2 = 3$ cm$^2 = 3 \cdot 10^{-4}$ m^2;