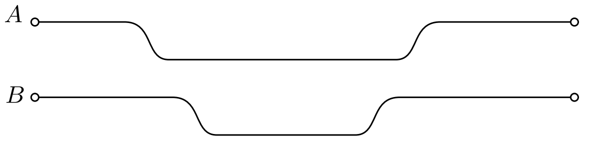
A csapágy külső gyűrűje tehát másodpercenként mintegy 1,6 fordulatot tesz meg, percenkénti fordulatszáma pedig 96.

Papanitz Ákos (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., 9. évf.)

41 dolgozat érkezett. Helyes 12 megoldás. Kicsit hiányos (2 pont) 3, hiányos (1 pont) 5, hibás 21 dolgozat.

G. 637. *Két golyót azonos kezdősebességgel, egyszerre indítunk egy-egy vízszintes, sík felületen. A mozgás során mindkét golyó legurul egy lejtőn, majd felgurul az eredeti szintre, és így jut el az út végére. Az utak hossza ugyanakkora, és a lejtők mélysége is megegyezik. A súrlódási veszteségektől mindkét esetben eltekinthetünk.*

Melyik golyó ér hamarabb az út végére?



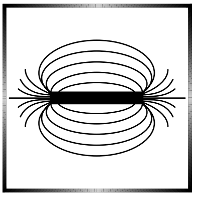
(*3 pont*)

Megoldás. Az A esetben ér az út végére hamarabb a golyó. A lejtőn legurult golyóknak nagyobb (de egymáshoz viszonyítva ugyanakkora) a sebessége, mint amivel elindítottuk azokat. Az A esetben többet megy a golyó a felület mélyebb részén, vagyis tovább megy nagyobb sebességgel. Miután újra felmennek a lejtőn, minkét golyó lelassul az eredeti sebességére. Az A esetben a golyó hosszabb úton és hosszabb ideig mozog nagyobb sebességgel, ezért ez a golyó ér hamarabb az út végére.

Osváth Klára (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 8. évf.)

46 dolgozat érkezett. Helyes 36 megoldás. Hiányos (1–2 pont) 6, hibás 4 dolgozat.

Fizika feladatok megoldása



P. 5003. *Két ℓ hosszúságú fonálinga közvetlenül egymás mögött, egymással párhuzamos síkokban lenghet. Árnyékuk merőlegesen egy falra vetődik, időnként áthalad egymáson. Mindkét ingát ugyanakkora (kicsiny) szögben kitérítjük, majd t_0 időkülönbséggel elengedjük. (t_0 kisebb, mint az ingák lengésideje.)*

a) Mikor találkozik az árnyékuk először?

b) Mikor következik be az n-edik találkozás?

(*4 pont*) Közli: *Wiedemann László,* Budapest

Megoldás. Az ingák árnyéka a falon ugyanakkora amplitúdójú és ugyanakkora frekvenciájú harmonikus rezgőmozgással mozog:

$$y_1(t) = A\cos(\omega t + \omega t_0), \qquad y_2(t) = A\cos(\omega t).$$

Az A amplitúdó nagysága a kezdeti kitéréstől függ, az ω körfrekvencia mindkét inga esetén $\sqrt{g/\ell}$, a lengésidő pedig $T = 2\pi/\omega$.

A falra vetített árnyékok akkor találkoznak, ha $y_1(t) = y_2(t)$, vagyis ha

$$\cos(\omega t + \omega t_0) = \cos(\omega t), \qquad (t > 0).$$

Ha két szög koszinusza megegyezik, akkor vagy a két szög különbsége, vagy pedig az összege 2π egész számú többszöröse. Az első eset nem fordulhat elő, hiszen $0 < \omega t_0 < \omega T = 2\pi$. A másik lehetőség: $2\omega t + \omega t_0 = n \cdot 2\pi$, ahol n egész szám. Innen

$$t_n = n\,\frac{\pi}{\omega} - \frac{t_0}{2} = \frac{nT - t_0}{2} = \frac{2n\pi\sqrt{\ell/g} - t_0}{2}.$$

A $t_n > 0$ feltétel miatt $n \geqslant 1$, és t_n éppen az árnyékok n-edik találkozásának időpontja.

Kondákor Márk (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

47 dolgozat érkezett. Helyes 19 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 20, hiányos (1–2 pont) 7, hibás 1 dolgozat.

P. 5023. *Egy $25°$-os lejtőn lecsúszó test sebessége a lejtő alján negyede annak a sebességnek, mint amekkorát súrlódás nélkül érhetett volna el. Mekkora a súrlódási együttható?*

(*4 pont*) Közli: *Kobzos Ferenc,* Dunaújváros

Megoldás. Ha a lejtő magassága h és a hajlásszöge α, a lejtő teljes hossza:

$$\ell = \frac{h}{\sin\alpha}. \tag{1}$$

1. A súrlódásos esetben (lásd az *1. ábrát*) felírható a munkatétel. Mivel a testet a lejtőhöz nyomó erő $mg\cos\alpha$, a csúszó súrlódási erő $\mu mg\cos\alpha$, fennáll, hogy

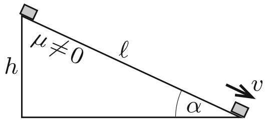
$$mgh - \mu(mg\cos\alpha)\cdot\ell = \frac{1}{2}mv^2,$$

azaz (1) ismeretében

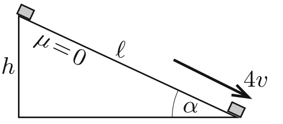
$$gh - \mu g\frac{h}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{2}v^2. \tag{2}$$

2. Súrlódásmentes esetben (lásd a *2. ábrát*) csak konzervatív erők hatnak, így alkalmazható a mechanikai energiamegmaradás törvénye:

$$mgh = \frac{1}{2}m(4v)^2, \qquad \text{azaz} \qquad v^2 = \frac{gh}{8}. \tag{3}$$



1. ábra



2. ábra

A (2) és (3) egyenletekből (v^2 kiküszöbölése és $gh\neq 0$-val való egyszerűsítés után) kapjuk, hogy

$$1-\frac{\mu}{\operatorname{tg}\alpha}=\frac{1}{16},$$

ahonnan a csúszási súrlódási együttható értéke:

$$\mu=\frac{15}{16}\operatorname{tg}25^\circ\approx 0{,}44.$$

Urszuly Csenge (Szegedi Radnóti M. Kísérleti Gimn., 9. évf.)

79 dolgozat érkezett. Helyes 51 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 11, hiányos (1–2 pont) 14, hibás 3 dolgozat.

P. 5028. *Egy* 1 *méter hosszúságú, zárt hengeres tartályban levegő van. A tartályt a vízszintes hossztengelye irányában állandó gyorsulással mozgatjuk, miközben a bezárt levegő hőmérsékletét mindvégig állandó,* $T=273$ K *értéken tartjuk. Mekkora* a_0 *gyorsulás esetében lenne a tartály elején a levegő nyomása*

a) 0,1%*-kal kisebb,*

b) *feleakkora, mint a tartály hátulján?*

Útmutatás: *A földi légkör sűrűsége – ha a hőmérséklet mindenhol* $T=273$ K *lenne – a barometrikus magasságformula szerint változna:* $\varrho(h)=\varrho_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$, *ahol* M *a levegő átlagos* moláris tömege, *és kb.* 5500 *méter magasságban csökkenne a sűrűség a tengerszinten mérhető érték felére.*

(*5 pont*) *Példatári feladat nyomán*

Megoldás. Az a_0 gyorsulású tartályhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben egy m tömegű testre $F=ma_0$ nagyságú (a gyorsulással ellentétes irányú) *tehetetlenségi erő* hat. A tartályban lévő gázmolekulák „szemszögéből” az a_0 gyorsulás (a tömeggel arányos tehetetlenségi erő miatt) éppen olyan hatású, mintha vízszintes irányú, $g'=a_0$ nehézségi gyorsulásnak megfelelő gravitációs erő is hatna a gázrészecskékre. (Az igazi, függőleges irányú g gyorsulás a_0 mellett még a 0,1%-os nyomásváltozáskor is elhanyagolható.) Ezek szerint a vízszintesen gyorsított tartályban lévő levegőre is alkalmazható a barometrikus „magasságformula”:

$$\varrho(\ell)=\varrho(0)e^{-\frac{Ma_0\ell}{RT}},$$

ahol $\ell=1$ méter a tartály hossza. Ugyanilyen összefüggés teljesül a gyorsított gáz nyomására is, hiszen az ideális gázok állapotegyenlete szerint adott (állandó) hőmérsékleten a gáz nyomása egyenesen arányos a sűrűségével. Tehát fennáll

$$p(\ell) = p(0)\mathrm{e}^{-\frac{Ma_0\ell}{RT}},$$

vagyis

$$a_0 = -\frac{RT}{M\ell}\ln\frac{p(\ell)}{p_0}.$$

a) Ha $p(\ell) = p_0 - \frac{0{,}1}{100}p_0 = 0{,}999\,p_0$, akkor

$$a_0 = -\frac{8{,}31\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}\cdot 273\ \mathrm{K}}{29{,}1\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\cdot 1\ \mathrm{m}}\ln 0{,}999 = 78\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

b) Amennyiben $p(\ell) = \frac{p_0}{2}$, a gyorsulás kb. $5{,}4\cdot 10^4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, vagyis a földi g-nek több mint 5000-szerese.

Mamuzsics Gergő Bence (Kecskeméti Bolyai J. Gimn., 12. évf.)

30 dolgozat érkezett. Helyes 11 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 12, hiányos (3 pont) 7 dolgozat.

P. 5035. *Télen a cinkék egyik kedvenc eledele a magokat is tartalmazó faggyúgolyó, amelyet például egy fa alsó ágára lehet fonállal felfüggeszteni. Egy ilyen golyóból akár két cinke is falatozhat egyszerre. Egy alkalommal a* 90 *gramm tömegű golyón lakmározó két cinke – valamitől megriadva – egyszerre röppent fel a golyóról, ugyanakkora kezdősebességgel, egymásra merőleges irányban úgy, hogy mindkét madár kezdősebessége a vízszintessel* 35°*-os szöget zárt be. Az egyenként* 18 *gramm tömegű cinkék közös felröppenését követően a golyót tartó függőleges fonál* 10°*-kal lendült hátra, majd* 1,4 *másodperces lengésidővel kezdett lengedezni.*

Mekkora kezdősebességgel röppentek fel a cinkék?

(*5 pont*) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Megoldás. *Adatok és megadott információk:*

A cinkék tömege $M = 18\ \mathrm{g} = 0{,}018\ \mathrm{kg}$.

A faggyúgolyó tömege $m = 90\ \mathrm{g} = 0{,}090\ \mathrm{kg}$.

A cinkék a vízszinteshez képest $\alpha = 35°$-os szögben szállnak fel.

A fonál $\beta = 10°$-os szögben lendül ki.

A faggyúgolyó-inga lengésideje $T = 1{,}4$ s.

A faggyúgolyó-inga (ismeretlen) hossza ℓ.

A faggyúgolyó (ismeretlen) kezdősebessége közvetlenül a cinkék felszállása után v_0.

A cinkék (ismeretlen) sebessége közvetlenül a felröppenésük után V_0.

A cinkék sebességvektorai a felröppenéskor 90°-os szöget zár be egymással.

A cinkék kezdősebességének vízszintes vetülete (ismeretlen) γ szöget zár be egymással.

A fonál hosszát a lengésidőből határozhatjuk meg:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}, \qquad \text{ebből} \qquad \ell = \frac{gT^2}{4\pi^2} \approx 0{,}49\ \text{m}.$$

A faggyúgolyó emelkedési magassága: $\Delta h = \ell - \ell\cos\beta = 0{,}0074$ m. A faggyúgolyó kezdősebessége (az energiamegmaradás törvényét alkalmazva):

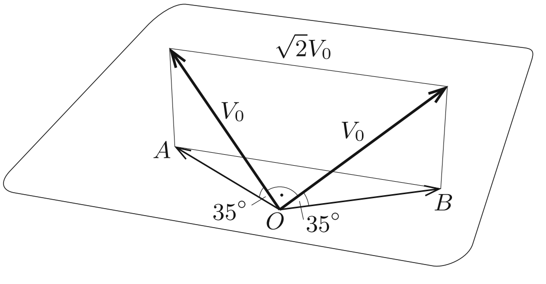
$$v_0 = \sqrt{2g\Delta h} = 0{,}38\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

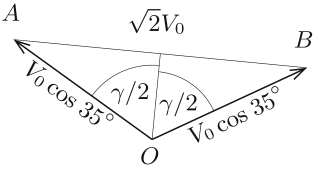
A cinkék felröppenésekor a fonál egy rövid ideig még függőlegesnek tekinthető, emiatt nem fejthet ki vízszintes irányó erőt a golyóra, és így a cinkék és a faggyúgolyó összes lendületének vízszintes komponense hirtelen nem változhat meg.

Megjegyzés. A felröppenés folyamata olyan, mint egy időben visszafelé lejátszódó rugalmatlan ütközés; a vízszintes irányú lendületek összege állandó marad, a mozgási energiák összege viszont – a madarak izmai által végzett munka következtében – megnő.

A felröppenő cinkék V_0 nagyságú sebességvektorai merőlegesek egymásra, végpontjaik tehát $\sqrt{2}V_0$ távolságra vannak egymástól. A sebességvektorok vízszintes vetületei (amelyek $V_0\cos 35^\circ$ hosszúságúak) *nem* merőlegesek egymásra, hanem valamekkora γ szöget zárnak be egymással. Az *ábráról* leolvasható, hogy

$$\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}V_0}{V_0\cos 35^\circ} = 0{,}863, \qquad \text{vagyis} \qquad \frac{\gamma}{2} = 59{,}7^\circ.$$





Alkalmazzuk a lendületmegmaradás törvényét:

$$2MV_0\cos 35^\circ\cos\frac{\gamma}{2} - mv_0 = 0,$$

ahonnan a cinkék kérdezett kezdősebessége

$$V_0 = \frac{m}{2M}\cdot\frac{1}{\cos 59{,}7^\circ\cos 35^\circ}v_0 = 2{,}5\cdot\frac{1}{0{,}505\cdot 0{,}819}\cdot 0{,}38\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vaszary Tamás (Győr, Kazinczy Ferenc Gimn., 10. évf.)
dolgozata alapján

50 dolgozat érkezett. Helyes Fajszi Bulcsú, Fekete Balázs Attila, Kolontári Péter, Marozsák Tóbiás, Sal Dávid és Vaszary Tamás megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 28, hiányos (1–3 pont) 13, hibás 1, nem versenyszerű 2 dolgozat.

P. 5042. *Egy hagyományos optikai rácsra merőlegesen olyan bíborszínű fényt bocsátunk, amely* 652 nm *hullámhosszú vörös és* 489 nm *hullámhosszú kék fény keveréke. A* 2 m *távolságra lévő ernyőn megfigyelhető legközelebbi bíborszínű fényfoltok távolsága* 20 cm. *Mekkora a rácsállandó?*

(*4 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Budapest

Megoldás. A fény hullámtermészete miatt az optikai rácson elhajlás tapasztalható. A különböző réseken áthaladó fényhullámok interferálnak egymással, és bizonyos irányokban erősítés jöhet létre. Az erősítés feltétele monokromatikus, λ hullámhosszúságú fénynél:

$$d\sin\alpha = k\cdot\lambda,$$

ahol d a rácsállandó, k pedig egész szám.

Mivel itt addítív (összeadó) színkeverésről van szó, hogy újra láthassuk a bíborszínű fényt a két összetevő maximális erősítését egyszerre kell megtapasztalnunk.

Felírható egy egyenletrendszer:

$$d\sin\alpha = k_1\cdot\lambda_{\text{vörös}},$$

$$d\sin\alpha = k_2\cdot\lambda_{\text{kék}},$$

vagyis

$$k_1\lambda_{\text{vörös}} = k_2\lambda_{\text{kék}},$$

azaz

$$652\,k_1 = 489\,k_2.$$

Ezek szerint a két hullámhossz legkisebb közös többszörösénél, 1956 nm-es útkülönbségnél lesz az első bíborszínű fényfolt az ernyőn, mert annál teljesül, hogy

$$1956\ \text{nm} = 3\cdot 652\ \text{nm} = 4\cdot 489\ \text{nm} = d\sin\alpha.$$

Az első erősítéshez tartozó szögre

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{20\ \text{cm}}{2\ \text{m}} = \frac{1}{10},\qquad \text{vagyis}\qquad \alpha = 5{,}71^\circ.$$

Ebből következik, hogy a rácsállandó

$$d = \frac{1956\ \text{nm}}{\sin\alpha} = \frac{1956\ \text{nm}}{0{,}099} \approx 2{,}0\cdot 10^{-5}\ \text{m}.$$

Stefán Boglárka Abigél (Miskolc, Földes F. Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

23 dolgozat érkezett. Helyes 11 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 6, hiányos (2 pont) 6 dolgozat.