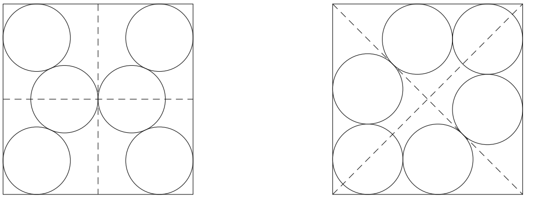
C. 1500. Az AB szakaszon kijelöljük az X és Y pontokat, majd megrajzoljuk a pozitív körüljárású $AXPQ$, $XBRS$, $BYWV$ és $YAUT$ négyzeteket, melyek középpontjait jelölje rendre K, L, M és N. Bizonyítsuk be, hogy a KM és LN szakaszok merőlegesek egymásra és egyenlő hosszúak.

(*Német versenyfeladat*)

C. 1501. Melyik az a leghosszabb számtani sorozat, amelynek tagjai 200-nál kisebb, különböző prímszámok?

Feladatok 11. évfolyamtól

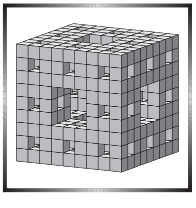
C. 1502. Hat-hat egyforma sugarú kört rajzoltunk két különböző módon egy-egy egységnégyzetbe az *ábrán* látható módon. Melyik elrendezésben nagyobb a körök sugara?



(*Német versenyfeladat*)

C. 1503. Egy adott háromszögben az a, b, c oldalak hosszának négyzetei ebben a sorrendben számtani sorozatot alkotnak. Mutassuk meg, hogy a b oldallal szemközti szög nagysága legfeljebb 60° lehet.

Beküldési határidő: 2018. november 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518



A B pontversenyben kitűzött feladatok (4974–4981.)

B. 4974. Legalább hány számot kell kiválasztani az $1, 2, \ldots, 10$ számok közül, hogy biztosan legyen közöttük néhány szám, melyek összege osztható 11-gyel, bárhogyan is történik a számok kiválasztása?

(*3 pont*) Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

B. 4975. Adott négy, páronként különböző egyenes: $e \parallel f$ és $g \parallel h$, valamint egy P pont. Szerkesszünk olyan P-re illeszkedő egyenest, amely az e, f, g és h egyeneseket rendre olyan E, F, G és H pontokban metszi, amelyekre $EF = GH$.

(*3 pont*)

B. 4976. Legyen $A=\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$. Kezdő és Második felváltva választanak ki egy-egy, még nem választott számot az A halmaz elemei közül. Az a játékos nyer, akinek előbb lesz három olyan, általa választott száma, melyek összege 0. Van-e valamelyik játékosnak nyerő stratégiája?

(*4 pont*) Javasolta: *Bán-Szabó Áron* (Budapest)

B. 4977. Bizonyítsuk be, hogy egy derékszögű háromszög beírt körének érintési pontjai által meghatározott háromszög magasságpontja a derékszögű háromszög átfogójához tartozó magasságvonalára illeszkedik.

(*4 pont*) (*Kvant*)

B. 4978. Legyen $n \geqslant 3$ egész szám és α tetszőleges valós szám. Bizonyítsuk be, hogy

$$\sum_{k=0}^{n-1} \cos^2\left(\alpha+\frac{2k\pi}{n}\right)=\frac{n}{2}.$$

(*5 pont*)

B. 4979. Az ABC hegyesszögű háromszögben D és E rendre az AB, illetve az AC oldalnak belső pontja. A BE és CD szakaszok metszéspontja F. Bizonyítsuk be, hogy ha $BC^2=BD\cdot BA+CE\cdot CA$, akkor $ADFE$ húrnégyszög.

(*5 pont*) Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)

B. 4980. Legyen $n>3$ pozitív egész, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ pedig pozitív valós számok. Igazoljuk, hogy

$$1<\frac{a_1}{a_n+a_1+a_2}+\frac{a_2}{a_1+a_2+a_3}+\ldots+\frac{a_n}{a_{n-1}+a_n+a_1}<\left[\frac{n}{2}\right]$$

és az egyenlőtlenség bal oldala nem cserélhető nagyobb, a jobb oldala pedig kisebb számra (ahol $[x]$ az x szám egész részét jelenti).

(*6 pont*)

B. 4981. Egy egységkocka xy síkra vonatkozó merőleges vetületének területe A, a z tengelyre vonatkozó merőleges vetületének hossza pedig a. Bizonyítsuk be, hogy $A=a$.

(*6 pont*) Javasolta: *Erben Péter* (Budapest)

❄

Beküldési határidő: 2018. november 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄