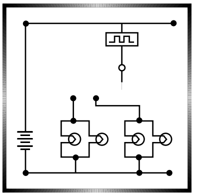


Fizika gyakorlat megoldása

G. 636. *Vajon Miskolctól milyen messze helyezték el az autópálya mellett a képen látható táblát?*

(*4 pont*)

Közli: *Részegh Anna,* Vácduka

Megoldás. A magyarországi autópályákon a megengedett legnagyobb sebesség 130 km/h. Legyen s az a távolság, amelyen éppen 8 percet nyernénk, ha a megengedett legnagyobb sebesség helyett végig 160 km/h-val haladnánk. Felírhatjuk, hogy

$$\frac{s}{130\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}-\frac{s}{160\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}=\frac{8}{60}\ \mathrm{h},$$

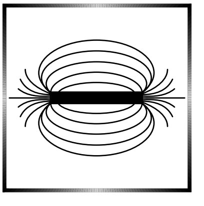
ahonnan

$$s=\frac{832}{9}\ \mathrm{km}\approx 92{,}4\ \mathrm{km}.$$

A képen látható táblát tehát Miskolctól körülbelül 92 kilométernyire, vagy ennél kisebb távolságra helyezhették el, ha igaz a rajta olvasható állítás.

Barta Gergely (Szeged, Radnóti M. Kísérleti Gimn., 9. évf.)

61 dolgozat érkezett. Helyes 15 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 11, hiányos (1–2 pont) 25, hibás 10 dolgozat.



Fizika feladatok megoldása

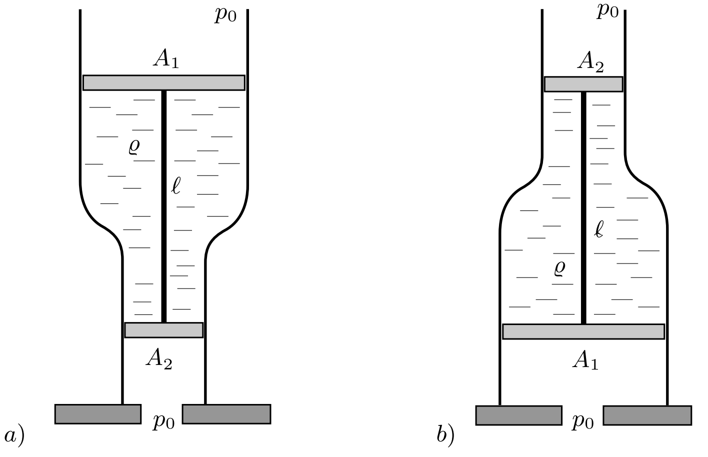
P. 4990. *Egy függőleges tengelyű, rögzített cső szélesebb részének keresztmetszete A_1, a keskenyebb részé pedig A_2. A csőben két dugattyú és közöttük ϱ sűrűségű folyadék van. A dugattyúkat ℓ hosszúságú, merev rúd köti össze. A dugattyúk és a rúd tömege elhanyagolható. A külső légnyomás p_0.*

Mekkora és milyen irányú erő hat a rúdban, ha a cső

a) a keskenyebb,

b) a szélesebb

részére támaszkodik egy vízszintes lapon?



Milyen furcsaság történik akkor, ha ℓ „viszonylag nagy”?

(*6 pont*) *A Kvant* nyomán

Megoldás. *a*) Legyen a víz nyomása a felső dugattyúnál p, és tételezzük fel, hogy a rúd K erővel *húzza lefelé* a felső dugattyút. Írjuk fel az egyensúlyban lévő felső dugattyúra a dinamika alapegyenletét:

(1) $$0 = pA_1 - p_0A_1 - K = 0.$$

A felső dugattyú K erővel húzza a rudat felfelé, és mivel a rúd gyorsulása is nulla, ugyanekkora K nagyságú erővel kell húzza az alsó dugattyú a rudat *lefelé.* Ezek szerint – Newton III. törvénye alapján – a rúd is K erővel hat az alsó dugattyúra, ekkora erővel húzza azt felfelé.

Az alsó dugattyúra felírható (egyensúlyi) egyenlet:

(2) $$(p + \varrho g\ell)A_2 - p_0A_2 - K = 0.$$

(Felhasználtuk, hogy a folyadék nyomása az alján a hidrosztatikai nyomásnak megfelelő $\varrho g\ell$ értékkel nagyobb, mint a tetejénél.)

Az (1) egyenletet (2)-ből kivonva kapjuk, hogy:

$$p(A_1 - A_2) + p_0(A_2 - A_1) - \varrho g\ell A_2 = 0.$$

Ebből a folyadék nyomása a felső dugattyú közelében:

$$p = \frac{\varrho g\ell}{A_1 - A_2}A_2 + p_0,$$

amit a felső dugattyúra felírt (1) egyenletbe behelyettesítve a rudat feszítő húzóerőre

$$K = pA_1 - p_0A_1 = \varrho g\ell\frac{A_1A_2}{A_1 - A_2}$$

adódik. Mivel $K > 0$, a rúdban – a feltételezésünkkel összhangban – valóban *húzóerő* alakul ki. Az is látható, hogy ℓ értékének növelésével a folyadék p nyomása is és a rudat feszítő K erő nagysága is egyre nagyobb lesz.

b) Az előző feladatrészhez hasonlóan, annak jelöléseivel oldjuk meg ezt az esetet is. Előbb a felső, majd az alsó dugattyúra felírva az egyensúly feltételét:

$$0 = pA_2 - p_0A_2 - K = 0, \tag{1}$$

$$(p + \varrho g\ell)A_1 - p_0A_1 - K = 0.$$

Ebből a folyadék nyomása a felső dugattyúnál:

$$p = p_0 - \frac{\varrho g\ell}{A_1 - A_2}A_1,$$

a rudat „feszítő” erő pedig

$$K = pA_2 - p_0A_2 = -\varrho g\ell\frac{A_1A_2}{A_1 - A_2}.$$

Mivel most $K < 0$, a rúdban ténylegesen *nyomóerő* hat, és $p < p_0$.

Érdekes helyzet áll elő, ha ℓ „viszonylag nagy”. Ha

$$\ell > \frac{A_1 - A_2}{A_1} \cdot \frac{p_0}{\varrho g},$$

akkor (formálisan) negatív nyomásértéket kapunk, aminek nincs fizikai értelme. Ilyen esetben a folyadék a felső dugattyú közelében már korábban forrni kezd, a tömegközéppontja egyre lejjebb kerül, és a gravitációs helyzeti energiájának csökkenése fedezi a forráshoz szükséges belsőenergia-változást.

Kondákor Márk (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

25 dolgozat érkezett. Helyes Elek Péter, Fekete András Albert, Fekete Balázs Attila, Kondákor Márk, Marozsák Tóbiás, Máth Benedek, Olosz Adél és Sal Dávid megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) 10, hiányos (1–4 pont) 7 dolgozat.

P. 4996. *Egy mól hélium térfogatát kétszeresére növeltük a* $p = \frac{\alpha}{V^2}$ *folyamatban (*α *állandó), miközben belső energiája* 2493 J*-lal csökkent.*

a) *Mennyi volt a hélium kezdeti hőmérséklete?*

b) *Mennyi hőt adott le a folyamat során?*

(*5 pont*) *Példatári feladat nyomán*

Megoldás. *a*) A héliumgáz anyagmennyisége $n = 1$ mol, és a hélium nemesgáz, ezért $f = 3$.

Legyenek a hélium kezdeti állapotjelzői p_0, V_0 és T_0, a folyamat végén pedig p_1, V_1 és T_1. Tudjuk, hogy a gáz térfogata kétszeresére nőtt, tehát $V_1 = 2V_0$.

A folyamat során végig teljesül, hogy $p=\frac{\alpha}{V^2}$, tehát a folyamat kezdetén

$$p_0=\frac{\alpha}{V_0^2},$$

a folyamat végén pedig

$$p_1=\frac{\alpha}{V_1^2}=\frac{\alpha}{(2V_0)^2}=\frac{1}{4}\cdot\frac{\alpha}{V_0^2}=\frac{1}{4}\cdot p_0.$$

A gáztörvény szerint

$$\frac{p_0\cdot V_0}{T_0}=\frac{p_1\cdot V_1}{T_1},$$

$$\frac{p_0\cdot V_0}{T_0}=\frac{\frac{1}{4}\cdot p_0\cdot 2V_0}{T_1}=\frac{p_0\cdot V_0}{2T_1},$$

vagyis

$$T_1=\frac{T_0}{2}.$$

A gáz belső energiájának csökkenése:

$$\Delta E=\frac{f}{2}nR\Delta T,$$

$$-2493\ \mathrm{J}=\frac{3}{2}\cdot 1\ \mathrm{mol}\cdot 8{,}31\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K}}\cdot(T_1-T_0),$$

$$T_1-T_0=\frac{T_0}{2}-T_0=-\frac{T_0}{2}=-200\ \mathrm{K}.$$

A hélium kezdeti hőmérséklete tehát 400 K (= 127 °C) volt.

b) Az ideális gáz állapotegyenletét felírva a folyamat valamely állapotára:

$$pV=nRT,$$

$$\frac{\alpha}{V^2}V=nRT,$$

ahonnan

$$\frac{\alpha}{V}=nRT.$$

A gáz munkavégzése a $p(V)=\frac{\alpha}{V^2}$ folyamat során integrálszámítással (vagy például a Coulomb-erőtérrel való analógia felismerésével) számítható ki:

$$W_{\mathrm{He}}=\int_{V_0}^{V_1}p(V)\,\mathrm{d}V=\alpha\int_{V_0}^{V_1}\frac{1}{V^2}\,\mathrm{d}V=\frac{\alpha}{V_0}-\frac{\alpha}{V_1}.$$

A térfogatokat a hőmérsékletekkel kifejezve:

$$W_{\mathrm{He}} = nRT_0 - nRT_1 = nR\cdot(T_0 - T_1) = 1\ \mathrm{mol}\cdot 8{,}31\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K}}\cdot 200\ \mathrm{K} = 1662\ \mathrm{J}.$$

A gáz által leadott hő a hőtan első főtétele alapján számítható:

$$Q = \Delta E - W = \Delta E + W_{\mathrm{He}} = -2493\ \mathrm{J} + 1662\ \mathrm{J} = -831\ \mathrm{J}.$$

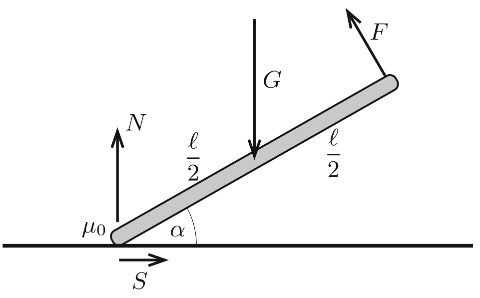
Jánosik Áron (Győr, Révai Miklós Gimn., 10. évf.)

59 dolgozat érkezett. Helyes 41 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 7, hiányos (1–3 pont) 9, hibás 2 dolgozat.

P. 5016. *Egy homogén tömegeloszlású rúd fekszik a vízszintes asztallapon. A rudat az egyik végén ható, a rúdra mindenkor merőleges erővel lassan függőleges helyzetbe akarjuk hozni. Legalább mekkora a súrlódási együttható a rúd és az asztallap között, ha a rúd a felállítás közben nem csúszik meg?*

(*5 pont*) *A Kvant nyomán*

Megoldás. Tekintsük a lassan (gyorsulásmentesen) mozgatott rúd azon állapotát, amikor α szöget zár be a vízszintessel ($0 \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$). Az ℓ hosszú rúdra négyféle erő hat: a rúd megemelt végénél a rúdra merőleges $\boldsymbol{F}$ erő, a rúd felezőpontjánál függőlegesen lefelé ható $\boldsymbol{G}$ nehézségi erő, a rúd alsó végénél pedig a függőlegesen felfelé ható $\boldsymbol{N}$ nyomóerő és a vízszintes $\boldsymbol{S}$ súrlódási erő (lásd az *ábrát*).



Az erők és a forgatónyomatékok egyensúlyának feltétele:

(1) $$F\sin\alpha = S,$$

(2) $$F\cos\alpha + N = G,$$

(3) $$F\ell = G\frac{\ell}{2}\cos\alpha.$$

Ezekből megkaphatjuk, hogy

(4) $$F = \frac{G}{2}\cos\alpha,$$

(5) $$S = \frac{G}{2}\sin\alpha\,\cos\alpha,$$

$$N=\left(1-\frac{\cos^2\alpha}{2}\right)G. \tag{6}$$

Annak a feltétele, hogy a rúd az α szögű helyzetben *nem* csúszik meg:

$$\mu_0 \geqslant \frac{S(\alpha)}{N(\alpha)}=\frac{\sin\alpha\,\cos\alpha}{2-\cos^2\alpha}\equiv f(\alpha), \tag{7}$$

ahol μ_0 a rúd és az asztallap közötti tapadó súrlódási együttható.

A rúd akkor állítható fel a megadott módon, ha a (7) egyenlőtlenség *tetszőleges* $0\leqslant\alpha\leqslant 90^\circ$ szögnél teljesül, vagyis μ_0 nem kisebb, mint az $f(\alpha)$ függvény maximális értéke.

$f(\alpha)$ legnagyobb értékét numerikus módszerekkel (táblázat készítésével), differenciálszámítással vagy a WolframAlpha program felhasználásával kaphatjuk meg, de elemi módszerekkel is célhoz érhetünk. Ha $\sin\alpha$-t és $\cos\alpha$-t kifejezzük $\operatorname{tg}\alpha$-val, a vizsgálandó függvény reciprokára a következő kifejezést kapjuk:

$$\frac{1}{f(\alpha)}=\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}+2\operatorname{tg}\alpha.$$

Alkalmazva a számtani-mértani középre vonatkozó egyenlőtlenséget:

$$\frac{1}{f(\alpha)}\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}\cdot 2\operatorname{tg}\alpha}=\sqrt{8}.$$

Ezek szerint $f(\alpha)$ legnagyobb értéke, vagyis a csúszásmentes emeléshez szükséges legkisebb súrlódási együttható nagysága:

$$\mu_0^{\text{kritikus}}=\frac{1}{\sqrt{8}}\approx 0{,}35.$$

Vaszary Tamás (Győr, Kazinczy F. Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján

50 dolgozat érkezett. Helyes 36 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 9, hiányos (1–3 pont) 3, hibás 2 dolgozat.

P. 5034. *Mennyi ideig esett egy v_0 kezdősebességgel vízszintesen elhajított test, amíg az eldobás helyétől s távolságra került? (A légellenállástól tekintsünk el!)*

Adatok: $v_0=5$ m/s, $s=20$ m.

(*4 pont*) Közli: *Holics László,* Budapest

Megoldás. Jelölje a test vízszintes irányban megtett útját x, a függőleges irányban megtettet pedig y. Amikor az eldobás helyétől s távolságra kerül, akkor a Pitagorasz-tétel alapján:

$$s^2=x^2+y^2.$$

Vízszintes irányban a test egyenletes mozgással halad, így

$$x=v_0t,$$

függőleges irányban pedig szabadeséssel zuhan, vagyis egyenletesen gyorsul:

$$y = \frac{1}{2}gt^2.$$

Ezek alapján:

$$s^2 = v_0^2t^2 + \frac{1}{4}g^2t^4.$$

Alkalmazzuk a $k = t^2$ helyettesítést:

$$\frac{g^2}{4}k^2 + v_0^2k - s^2 = 0.$$

Az egyenlet pozitív megoldása:

$$k = \frac{2\sqrt{v_0^4 + g^2s^2} - 2v_0^2}{g^2},$$

ahonnan a kérdéses ($t > 0$) esési idő:

$$t = \frac{\sqrt{2}}{g}\sqrt{\sqrt{v_0^4 + g^2s^2} - v_0^2} \approx 1{,}9 \text{ s}.$$

Pszota Máté (Révkomárom, Selye János Gimn., 12. évf.)

67 dolgozat érkezett. Helyes 54 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 6, hiányos (1–2 pont) 7 dolgozat.

Országos Középiskolai Csillagászati Verseny és Diákolimpiai Válogató 2018/19

Érdekel a csillagászat és az űrkutatás, és nem áll tőled távol a fizika és a matematika sem? Hazai vagy határon túli magyar ajkú középiskolás diákként tanulsz a 2018/19-es tanévben?

Akkor ne habozz – jelentkezz, és érdeklődj fizikatanárodnál!

Vegyél részt az iskolákban lebonyolításra kerülő, háromfordulós versenyen, amelyre a felkészülésedet irodalomjegyzékkel, online segédanyagokkal és megoldásokkal ellátott gyakorló feladatsorokkal is segítjük.

Ha bekerülsz a legjobb teljesítményt nyújtó 20-25 diák közé, részt vehetsz tavasszal az országos döntőben, ahol a díjazottakat értékes nyereményekben részesítjük – egyúttal akár a 2019-es, *Magyarországon rendezendő* nemzetközi olimpiai döntőre készülő magyar keret tagjává is válhatsz.

Jelentkezési határidő (egyben az 1. iskolai forduló időpontja):

2018. október 16. (kedd).

Részletes információk: `http://www.bajaobs.hu/ioaa/`.