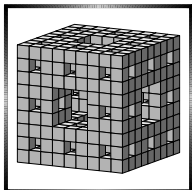


C. 1496. Egy háromszög csúcsai körül vett 1, 2, illetve 3 cm sugarú körök páronként kívülről érintik egymást. Mekkora területet nem fednek le a körök a háromszögből?

Beküldési határidő: 2018. október 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518



A B pontversenyben kitűzött feladatok (4966–4973.)

Kérünk, hogy minden egyes postán küldött megoldást – feladatonként külön-külön – négyrét hajts össze (több lapból álló dolgozatokat egybe) úgy, hogy a fejléc kívülré kerüljön. A részleteket lásd a Versenykiírás Megoldások elkészítése és beküldése részében.

B. 4966. Határozzuk meg a 19. legkisebb olyan pozitív egész számot, amelyben a számjegyek összege 2018.

(3 pont)

B. 4967. Az $ABC\triangle$ belső pontja P , az AB oldal felezőpontja C_1 , a BC oldalé A_1 , a CA oldalé B_1 . Húzzunk párhuzamosokat rendre az AP , BP és CP egyenesekkel az A_1 , B_1 , illetve C_1 pontokon keresztül. Mutassuk meg, hogy ez a három egyenes egy pontban metszi egymást.

(3 pont)

Javasolta: Kozma József (Szeged)

B. 4968. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert a pozitív valós számok halmazán:

$$\frac{1}{1+a+ab+abc} + \frac{1}{1+b+bc+bcd} + \frac{1}{1+c+cd+cda} + \frac{1}{1+d+da+dab} = 1,$$

$$a+b+c+d=4.$$

(4 pont)

B. 4969. A T téglalap oldalai $a \leq b$. Tudjuk, hogy valamely két r sugarú kör együttesen lefedi T -t, valamint azt is tudjuk, hogy két r -nél kisebb sugarú körrel ez nem lehetséges. Határozzuk meg r -t.

(4 pont)

B. 4970. Adott a síkon két pont A és B , továbbá egy ezeket elválasztó e egyenes. Válasszunk az e egyenesen P és Q pontokat úgy, hogy $\angle PAQ < 90^\circ$ teljesüljön. Mutassuk meg, hogy létezik egy olyan, B -től különböző pont, amelyen a B , P és Q pontokra illeszkedő kör – a P és Q pontok választásától függetlenül – áthalad.

(5 pont) Javaslata: 11. C. osztály, Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.

B. 4971. Milyen p prímszámokhoz létezik olyan a pozitív egész, amelyre

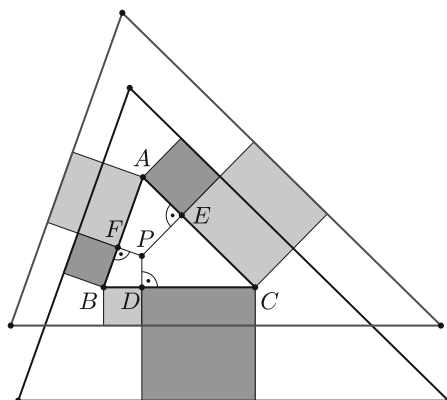
$$1 + a + a^2 + \dots + a^{p-1}$$

osztható p^2 -tel?

(5 pont)

B. 4972. Az ABC hegyesszögű háromszög belső P pontjának az oldalakra vett merőleges vetületei az ábra szerint D , E és F . Az oldalakon keletkező hat szakaszra kifelé négyzeteket rajzolunk, amiket felváltva két színnel színezzük az ábra szerint. Az azonos színű négyzetek „külső” oldalegyenesei egy-egy háromszöget határoznak meg. Mutassuk meg, hogy ez a két háromszög egybevágó.

(6 pont)



B. 4973. Legyenek $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$ olyan nemnegatív valós számok, amelyek összege 1. Adjuk meg az

$$S = \sum_{i \neq j, i|j} a_i a_j$$

összeg lehető legnagyobb értékét.

(6 pont)

(Argentín feladat alapján)

Beküldési határidő: 2018. október 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518