A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1490–1496.)

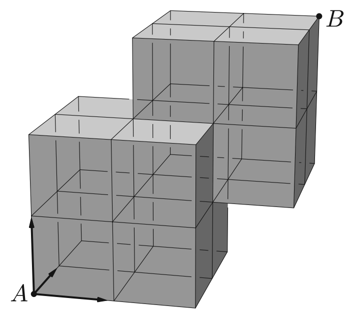
Kérünk, hogy minden egyes postán küldött megoldást – feladatonként külön-külön – négyrét hajts össze (több lapból álló dolgozatokat egybe) úgy, hogy a fejléc kívülre kerüljön. A részleteket lásd a Versenykiírás Megoldások elkészítése és beküldése *részében.*

Feladatok 10. évfolyamig

C. 1490. Milyen maradékot ad az $N=863\underbrace{99\ldots9}_{2018\text{ db}}$ (ahol a szám végén 2018 db 9-es számjegy áll) 32-vel osztva?

C. 1491. Az $ABCD$ téglalap AD oldala 1 cm hosszú. A $BAD\sphericalangle$ szögfelezője és az AC átló felező merőlegese a CD oldalon metszi egymást. Adjuk meg a CD oldal pontos értékét.

Feladatok mindenkinek



C. 1492. Hányféleképpen juthatunk el az *ábrán* látható 15 egységkockából felépített test A csúcsából a B csúcsába rácsvonalak mentén, ha csak a három megjelölt irányba haladhatunk?

C. 1493. Az egységnyi területű háromszög a, b, c oldalaira fennáll: $a\geqslant b\geqslant c$. Mutassuk meg, hogy $b\geqslant\sqrt{2}$.

C. 1494. Bizonyítsuk be, hogy ha p és q 3-nál nagyobb ikerprímek, akkor számtani közepük osztható 6-tal, a szorzatukat 1-gyel növelve pedig 36-tal osztható számot kapunk.

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1495. Tekintsük az alábbi egyenlőségsorozatot:

$$1+2=3, \tag{1}$$

$$4+5+6=7+8, \tag{2}$$

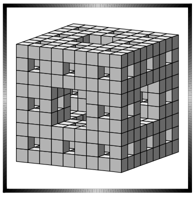
$$9+10+11+12=13+14+15. \tag{3}$$

A megfigyelt szabály alapján írjuk fel a k-adik sort és bizonyítsuk annak helyességét.

Javasolta: *Kertész Ádám* (Miami Beach)

C. 1496. Egy háromszög csúcsai körül vett 1, 2, illetve 3 cm sugarú körök páronként kívülről érintik egymást. Mekkora területet nem fednek le a körök a háromszögből?

Beküldési határidő: 2018. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518



A B pontversenyben kitűzött feladatok (4966–4973.)

Kérünk, hogy minden egyes postán küldött megoldást – feladatonként külön-külön – négyrét hajts össze (több lapból álló dolgozatokat egybe) úgy, hogy a fejléc kívülre kerüljön. A részleteket lásd a Versenykiírás Megoldások elkészítése és beküldése *részében.*

B. 4966. Határozzuk meg a 19. legkisebb olyan pozitív egész számot, amelyben a számjegyek összege 2018.

(*3 pont*)

B. 4967. Az $ABC\triangle$ belső pontja P, az AB oldal felezőpontja C_1, a BC oldalé A_1, a CA oldalé B_1. Húzzunk párhuzamosokat rendre az AP, BP és CP egyenesekkel az A_1, B_1, illetve C_1 pontokon keresztül. Mutassuk meg, hogy ez a három egyenes egy pontban metszi egymást.

(*3 pont*) Javasolta: *Kozma József* (Szeged)

B. 4968. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert a pozitív valós számok halmazán:

$$\frac{1}{1+a+ab+abc}+\frac{1}{1+b+bc+bcd}+\frac{1}{1+c+cd+cda}+\frac{1}{1+d+da+dab}=1,$$

$$a+b+c+d=4.$$

(*4 pont*)

B. 4969. A T téglalap oldalai $a \leqslant b$. Tudjuk, hogy valamely két r sugarú kör együttesen lefedi T-t, valamint azt is tudjuk, hogy két r-nél kisebb sugarú körrel ez nem lehetséges. Határozzuk meg r-t.

(*4 pont*)