Beszámoló az 59. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiáról

Az idei Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát július 3–14. között Kolozsvárott rendezték meg. A versenyen 107 ország 594 diákja vett részt. (Eredetileg 597 volt a résztvevők száma, de az üzbég csapat 3 diákját szabálytalan versenyzés miatt kizárták.)

A legtöbb ország a megengedett maximális létszámú, 6 fős csapattal szerepelt; az alábbi listában az országnév után zárójelben tüntettem fel az adott ország versenyzőinek számát, ha ez hatnál kevesebb volt.

A résztvevő országok: *Albánia, Algéria (4), Amerikai Egyesült Államok, Argentína, Ausztrália, Ausztria, Azerbajdzsán, Banglades, Belgium, Beloruszszia, Bolívia, Bosznia-Hercegovina, Botswana, Brazília, Bulgária, Chile (4), Ciprus (5), Costa Rica (5), Csehország, Dánia, Dél-Afrika, Dél-Korea, Ecuador, Egyiptom (4), Elefántcsontpart, Észtország, Finnország, Franciaország, Fülöp-Szigetek, Ghána (5), Görögország, Grúzia, Guatemala (3), Hollandia, Honduras (3), Hong Kong, Horvátország, India, Indonézia, Irak, Irán, Írország, Izland, Izrael, Japán, Kambodzsa, Kanada, Kazahsztán, Kína, Kirgizisztán, Kolumbia, Koszovo, Lengyelország, Lettország, Litvánia, Luxemburg (2), Macedónia, Magyarország, Makaó, Malajzia, Marokkó, Mexikó, Moldova, Mongólia, Montenegro (4), Myanmar, Nagy-Britannia, Németország, Nepál, Nigéria (3), Norvégia, Olaszország, Oroszország, Örményország, Pakisztán, Panama (4), Paraguay, Peru, Portugália, Puerto Rico, Románia, El Salvador (2), Spanyolország, Sri Lanka, Svájc, Svédország, Szaúd-Arábia, Szerbia, Szingapúr, Szíria, Szlovákia, Szlovénia, Tadzsikisztán, Tajvan, Tanzánia (3), Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago (3), Tunézia, Türkmenisztán, Uganda (4), Új-Zéland, Ukrajna, Uruguay, Üzbegisztán (6 − 3 = 3), Venezuela (1), Vietnam.*

A versenyen szokás szerint mindkét napon négy és fél óra alatt 3–3 feladatot kellett megoldani. (A feladatokat alább közöljük.) Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 pont járt, így egy versenyző maximális teljesítménnyel 42 pontot szerezhetett. A verseny befejezése után megállapított ponthatárok szerint aranyérmet a 31–42 pontot elért, ezüstérmet a 25–30 pontos, míg bronzérmet a 16–24 ponttal rendelkező tanulók szereztek.

A magyar csapatból

Bukva Balázs (Budapesti Fazekas Mihály Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. o.t.) és
Gáspár Attila (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., 12. o.t.) egyaránt 29 ponttal,
Imolay András (Budapesti Fazekas Mihály Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. o.t.) 28 ponttal,
Janzer Orsolya Lili (Budapesti Fazekas Mihály Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. o.t.) pedig 26 ponttal *ezüstérmet* szerzett.

Egri Máté (Szombathely, Bolyai János Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. o.t.) 24 ponttal és

Matolcsi Dávid (Budapesti Fazekas Mihály Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. o.t.) 21 ponttal *bronzérmet* nyert.

A magyar csapat vezetője *Pelikán József* (ELTE TTK, Algebra és Számelmélet Tanszék), helyettes vezetője *Dobos Sándor* (Budapesti Fazekas Mihály Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) volt.*Kós Géza* (MTA SZTAKI, ELTE TTK) a feladatkiválasztó bizottság tagjaként és koordinátorként működött közre az olimpián.

Az országok (nem-hivatalos) pontversenyében Magyarország a résztvevő 107 ország között a 15. helyen végzett. A csapatverseny élmezőnyének sorrendje így alakult (megszerzett pontszámaikkal):

1. USA 212, 2. Oroszország 201, 3. Kína 199, 4. Ukrajna 186, 5. Thaiföld 183, 6. Tajvan 179, 7. Dél-Korea 177, 8. Szingapúr 175, 9. Lengyelország 174, 10. Indonézia 171, 11. Ausztrália 169, 12. Nagy-Britannia 161, 13–14. Japán és Szerbia 158, **15. Magyarország 157,** 16. Kanada 156, 17. Olaszország 154, 18. Kazahsztán 151, 19. Irán 150, 20. Vietnam 148, 21. Bulgária 146, 22. Horvátország 145, 23. Szlovákia 140, 24–25. Svédország és Törökország 138, 26. Izrael 136, 27. Grúzia 133, 28–30. Brazília, India és Mongólia 132, 31. Németország 131, 32. Örményország 130, 33–34. Franciaország és Románia 129, 35. Peru 125, 36–37. Hollandia és Mexikó 123, 38. Fülöp-Szigetek 121, 39–40. Argentína és Csehország 115 ponttal.

Szeretnék köszönetet mondani a versenyzők tanárainak. Az alábbi felsorolásban minden tanár neve után monogramjukkal jelöltem azokat a diákokat, akik a tanítványaik:

Dobos Sándor (BB, EM, GA, IA, JL, MD), *Gulyás Tibor* (GA), *Gyenes Zoltán* (BB, IA, JL), *Győry Ákos* (GA), *Hujter Bálint* (BB, IA, JL), *Janzer Barnabás* (JL), *Juhász Péter* (MD), *Kiss Gergely* (MD), *Kiss Géza* (MD), *Nagy Zoltán Lóránt* (JL), *Németh Gyula* (EM), *Pósa Lajos* (GA, IA), *Surányi László* (BB), *Szűcs Gábor* (GA).

Ugyancsak szeretnék köszönetet mondani Dobos Sándornak, mint a központi olimpiai előkészítő szakkör vezetőjének, továbbá mindazoknak, akik a felkészítésben közreműködtek.

Az olimpiai csapat kijelölése idén is válogatóversenyek formájában történt. A válogatóverseny utolsó, kétnapos részét Kecskeméten rendeztük. Szeretnék köszönetet mondani a kecskeméti Mategye Alapítványnak azért, hogy a versenyt nagyvonalúan vendégül látták.

A legutóbbi olimpiákon visszatérő probléma volt, hogy a nehéznek szánt feladatok túl nehezek voltak. Tavaly például a legnehezebb 3. és 6. feladatot a 615 résztvevőből csak 2(!), illetve 14 oldotta meg. Idén valamit javult a helyzet: a 3. és 6. feladatra 11, illetve 18 teljes megoldás érkezett az 594 versenyzőtől. A könnyű feladatok sem voltak olyan könnyűek, mint tavaly: tavaly az 1. és 4. feladatra 446, illetve 394 teljes megoldás érkezett, idén ezek a számok 381, illetve 271 voltak. Két versenyzőnek (egyik az USA-ból, a másik Nagy-Britanniából) sikerült megszereznie a maximális 42 pontot – tavaly a legmagasabb pontszám 35 volt.

Voltak szervezett kirándulások (elsősorban a diákoknak); közülük a legemlékezetesebb a tordai sóbányák meglátogatása volt.

A következő matematikai diákolimpiát Anglia rendezi Bath városában, 2019. július 11–22. között.

Pelikán József

Az 59. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladatai*

Első nap

1. feladat. Legyen Γ a hegyesszögű ABC háromszög körülírt köre. D és E legyenek az AB, illetve AC szakaszok olyan pontjai, amelyekre $AD = AE$. A BD és CE szakaszok felezőmerőlegesei a Γ kör rövidebb AB, illetve AC íveit az F, illetve G pontokban metszik. Bizonyítsuk be, hogy a DE és FG egyenesek párhuzamosak vagy egybeesnek.

2. feladat. Határozzuk meg azokat az $n \geqslant 3$ egész számokat, amelyekre léteznek $a_1, a_2, \ldots, a_{n+2}$ valós számok, amelyekre $a_{n+1} = a_1$, $a_{n+2} = a_2$ és

$$a_i a_{i+1} + 1 = a_{i+2}$$

teljesül minden $i = 1, 2, \ldots, n$ esetén.

3. feladat. Nevezzük *anti-Pascal háromszögnek* számoknak egy olyan, szabályos háromszög alakú elrendezését, amelyben az utolsó sorbeli számok kivételével minden szám a közvetlenül alatta lévő két szám különbségének az abszolút értékével egyenlő.

Alább látható egy példa egy olyan anti-Pascal háromszögre, amelynek 4 sora van, és 1-től 10-ig minden egész szám előfordul benne.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 4 & & & \\ & & 2 & & 6 & & \\ & 5 & & 7 & & 1 & \\ 8 & & 3 & & 10 & & 9 \end{array}$$

Létezik-e olyan anti-Pascal háromszög, aminek 2018 sora van, és 1-től $(1 + 2 + \ldots + 2018)$-ig minden egész szám előfordul benne?

Második nap

4. feladat. *Helynek* nevezzük a sík minden olyan (x, y) pontját, amelyre x és y olyan pozitív egészek, melyek mindegyike kisebb vagy egyenlő, mint 20.

Kezdetben a 400 hely mindegyike szabad. Anna és Balázs felváltva zsetonokat raknak a helyekre, Anna kezd. Anna minden lépésekor egy új piros zsetont helyez egy még szabad helyre olymódon, hogy semelyik két piros zseton helyének távolsága

*Az olimpia honlapja: `http://www.imo2018.org/`.

se legyen $\sqrt{5}$-tel egyenlő. Balázs minden lépésekor egy új kék zsetont helyez egy még szabad helyre. (Egy kék zseton által elfoglalt hely távolsága bármely másik foglalt helytől tetszőleges lehet.) A játék akkor ér véget, ha valamelyik játékos nem tud lépni.

Határozzuk meg a legnagyobb K értéket, amelyre igaz az, hogy Anna biztosan el tud helyezni K darab piros zsetont, bárhogyan is játszik Balázs.

5. feladat. Legyen $a_1, a_2, \ldots$ pozitív egészeknek egy végtelen sorozata. Tegyük fel, hogy van egy olyan $N > 1$ egész, hogy minden $n \geqslant N$-re

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \ldots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$$

egész szám. Bizonyítsuk be, hogy van egy olyan M pozitív egész, hogy $a_m = a_{m+1}$ minden $m \geqslant M$-re.

6. feladat. Az $ABCD$ konvex négyszögre teljesül $AB \cdot CD = BC \cdot DA$. Az X pont az $ABCD$ négyszög olyan belső pontja, amelyre teljesül

$$XAB\sphericalangle = XCD\sphericalangle \quad \text{és} \quad XBC\sphericalangle = XDA\sphericalangle.$$

Bizonyítsuk be, hogy $BXA\sphericalangle + DXC\sphericalangle = 180°$.

Olimpiai válogatóversenyek (IMO, MEMO)

A 2019. évi IMO és MEMO versenyekre a csapatok kiválasztása az ideihez hasonlóan válogatóversenyeken történik. A lebonyolítás menete a KöMaL 2016. szeptemberi számában leírtakhoz hasonló, az idei kiírás részletei elérhetők Dobos Sándor honlapján:

`dobos.felhasznalo.fazekas.hu/olimpia/csapat.htm`.

Budapest, 2018. augusztus **Pelikán József, Dobos Sándor**

Olimpiai előkészítő szakkörök a 2018/2019. tanévben

A Bolyai János Matematikai Társulat által szervezett Olimpiai felkészülés az alábbiak szerint történik:

Budapest: az első alkalom szeptember 14-én lesz, utána kéthetente pénteken, a Budapesti Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnáziumban (Budapest, Horváth M. tér 8.), 14.30-tól, szakkörvezető: *Dobos Sándor.*

Csongrád megye: az első szeptember 20-án lesz, utána kéthetente csütörtökön, a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézetében (Aradi vértanúk tere 1., I. emelet, Riesz terem), 15.00 és 17.00 között, szakkörvezető: *Kosztolányi József.*

Erdős Pál Matematikai Tehetséggondozó Iskola veszprémi és szolnoki foglalkozásai 11–12. évfolyamosok számára. Az egyes foglalkozásokra a jelentkezést a diákok egyénileg végezhetik el az Erdős Iskola honlapján: `https://erdosiskola.mik.uni-pannon.hu/index.php/foglalkozasok/jelentkezes-foglalkozasra.html`. Az idei első foglalkozások Szolnokon és Veszprémben is szeptember 28. és 30. között lesznek.