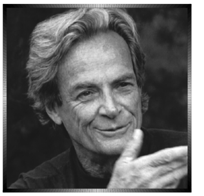


Feynman professzor a matematika és a fizika kapcsolatáról

2018. május 11-én van Richard P. Feynman születésének százéves évfordulója.

Ebből az alkalomból közlünk részleteket az egyik olyan előadásból, melyet Feynman professzor 1964-ben, Nobel-díjjal történt kitüntetése előtt egy évvel tartott a Cornell Egyetemen. Az akkor már nemzetközi hírű fizikaprofesszor azok számára tartotta előadásait, akik – mint a felkéréskor megfogalmazták – szerették volna jobban megismerni a fizikai törvények jellegét. Ezzel a címmel – The Caracter of Physical Law – 1965-ben könyvben is hozzáférhetővé váltak az előadások, s e könyv Gajzágó Éva fordításában 1983-ban magyarul is megjelent.* Most ebből a könyvből idézünk, abból a fejezetből, melyben a matematika és a fizika kapcsolatáról beszélt a professzor.

„... Be fogom mutatni a gravitáció törvényét három eltérő megfogalmazásban, amelyek – bár teljesen egyenértékűek – mégis egészen másképpen hangzanak.

Az első állítás az, hogy a tárgyak között olyan erő hat, melyet a már ismert

$$F = G \cdot \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

összefüggés ad meg. Ennek az erőnek a hatására minden tárgy gyorsul, vagyis meghatározott módon változtatja mozgását. Ez a törvény szokásos megfogalmazási módja, s a továbbiakban ezt nevezem majd Newton-törvénynek. A törvénynek ez a megfogalmazása azt mondja, hogy az erő egy véges távolságban lévő valamitől függ. Azt mondjuk: a törvény nem lokális jellegű, mivel egy tárgyra ható erő nagysága attól függ, hogy egy másik tárgy hol van.

Sokan nem szívlelik a távolhatás gondolatát. Honnan tudja egy itt lévő tárgy, hogy mi történik amott? Nos, van a törvény megfogalmazásának egy másik módja is, ami meglehetősen elvont, az úgynevezett „mezőelmélet". Ezt meglehetősen nehéz elmagyarázni, ezért inkább csak hozzávetőlegesen vázolom a lényegét. Itt ugyanis valami egészen másról van szó. A tér minden egyes pontjához egy-egy számot rendelünk (tudom, ez csak egy szám, s nem valamiféle mechanizmus; épp ez a baj a fizikával, hogy csak matematikailag tudjuk leírni!), és ez a szám helyről helyre változik. Ha a tér valamely pontjába egy tárgyat helyezünk, az arra ható erő abba az irányba mutat, amelyik irányban ez a szám a leggyorsabban változik. (Meg is adom ennek a számnak a szokásos elnevezését, ez a potenciál, és az erő a potenciál leggyorsabb változásának irányába mutat.) Továbbá, az erő nagysága azzal arányos, hogy mozgás közben milyen mértékű potenciálváltozást érzékelünk. Ez az állítás egyik része, de ez még nem elég, mert meg kell mondanom, hogyan határozható meg a potenciál megváltozásának nagysága. Mondhatnám, hogy a potenciál a tárgyaktól mért távolság reciproka szerint változik, de ez nem volna más, mint visszatérés az előbbi távolhatás elmélethez.

---

*Richard Feynman: *A fizikai törvények jellege,* Magvető Kiadó (Budapest, 1983).

A törvény másképp is megfogalmazható. Egy kicsiny gömb esetén a potenciál a külső viszonyok ismerete nélkül is meghatározható. Ha meg akarjuk határozni a potenciált e kicsiny gömb középpontjában, ehhez ismernünk kell a potenciál értékét a gömb felületén. Vagyis nem kell messzebbre tekintenünk, csupán a kérdéses pont egy parányi környezetében kell ismernünk a potenciál értékét, továbbá azt kell még tudnunk, hogy e kicsiny gömb belsejében összesen mekkora tömeg található. Ha mindezt ismerjük, a szabály a következő: a potenciál a középpontban egyenlő az átlagos potenciál a gömb felületén, mínusz a G gravitációs állandó osztva a kis gömb sugarának (amit a-val jelölök) kétszeresével, és szorozva a kicsiny gömb belsejében lévő tömeggel:

$$\begin{gathered} \textit{Potenciál a középpontban} = \\ = \textit{átlagos potenciál a felületen, mínusz } \frac{G}{2a}\textit{-szor a belül lévő tömeg.} \end{gathered}$$

Láthatjuk, hogy ez a törvény különbözik az előbbitől, mivel azt, hogy mi történik egy adott pontban, annak függvényében adja meg, hogy mi történik e pont közvetlen környezetében. Newton törvénye megadja az események leírását egy adott időpontban, feltéve, hogy tudjuk, mi történt a megelőző időpillanatban. Vagyis időben pillanatról pillanatra adja meg a változást, de térben helyről helyre ugrik. A második megfogalmazás viszont mind térben, mind időben lokális, a potenciál változása csak közvetlen környezetétől függ. A két állítás azonban matematikailag egyenértékű."

Itt álljunk meg egy pillanatra. Feynman professzor e második meghatározásában jól látható az elektrodinamika egyik súlyos problémája: a végtelen megjelenése a képletekben, most éppen a potenciál megadott képletében. Ha ugyanis a ponttöltés absztrakciójára gondolunk, ahol is $a = 0$, a potenciál végtelenné válik. A kvantumelektrodinamika (QED) kidolgozásakor éppen az volt az egyik nehézség, hogy olyan elméletet kellett alkotni, ahol a végtelenek nem okozhatnak már gondot. De figyeljünk tovább a professzorra, hogyan rukkol ki a harmadik meghatározással. Nem titok: ez illeszkedik legjobban a QED általa felállított elméletéhez.

„Létezik még egy, az előbbiektől merőben különböző megfogalmazás is, amely az előbbiektől mind filozófiailag, mind meggondolásainak jellegében eltér. Akik a távolhatás gondolatától idegenkednek, azoknak mutattam be a törvény egy olyan megfogalmazását, amely megszabadul ettől a nehézségtől. Most egy olyan megfogalmazást szeretnék ismertetni, amely filozófiailag ennek pontosan az ellenkezője. Itt már szó sincs arról, hogy a dolog hogyan változik helyről helyre, az egész leírás egy átfogó állításban fejeződik ki, a következőképpen: Ha van egy több részecskéből álló rendszerünk, és azt akarjuk megtudni, hogy ezek valamelyike hogyan jut el egyik helyről a másikra, azt úgy kaphatjuk meg, hogy tanulmányozzuk a részecske olyan lehetséges mozgásait, amelyekkel az egy meghatározott idő alatt juthat el a tér egyik pontjából egy másikba … Fölveszünk különféle görbéket, s valamennyi görbéhez kiszámítunk egy bizonyos mennyiséget. (Nem akarom itt elmondani, hogy mi ez a mennyiség, de azok számára, akik már hallottak róla, megemlítem, hogy ez a kinetikus és a potenciális energia különbségének a pályára vonatkozó átlaga.) Ha ezt a mennyiséget különböző pályákra kiszámítjuk, mindegyik pályára más és más számot kapunk. Lesz ezek között a számok között egy legkisebb érték, és éppen az ehhez tartozó pálya lesz

az, amelyen a részecske a valóságban mozogni fog, vagyis a részecske pályáját, pl. egy ellipszist, most egy – a teljes görbére vonatkozó – állítással fejeztük ki. Elvesztettük a kauzalitás ideáját, mely szerint a részecske a vonzást érzi, és annak hatására mozog. Helyébe egy olyan elképzelést állítottunk, mely szerint a részecske mintegy „végigszaglássza" valamennyi lehetséges pályát, majd kiválasztja a neki leginkább tetszőt (azt, amelyre az általunk kiszámított mennyiség a legkisebb értéket veszi fel)."

Ezután Feynman professzor azt hangsúlyozza, hogy mivel a három megközelítés matematikailag ekvivalens, ezért nincs mód arra, hogy kísérletek segítségével tegyünk különbséget közöttük. Más a helyzet azonban, ha valamilyen új jelenségkörben szeretnénk az arra érvényes törvényeket felállítani. Melyik terjeszthető ki az új jelenségkörre is? Felteszi a kérdést: „Mennyire lehetnek segítségünkre új törvények felismerésében?" Majd így folytatja:

„Mindaddig, amíg a fizika nem tekinthető teljesnek, és új törvényeket keresünk, a különböző megfogalmazások kulcsot adhatnak ahhoz, hogy mi történhet más körülmények között. És ekkor már pszichológiai értelemben nem egyenértékűek, mivel más és más feltevéseket sugalmazhatnak azzal kapcsolatban, hogy milyenek lehetnek a jelenségek egy szélesebb körére érvényes törvények. Hogy egy példát említsek: Einstein felismerte, hogy az elektromos *jelek nem terjedhetnek a fénynél sebesebben. Ezt általánosította, és feltételezte, hogy ez egy általános érvényű elv. ... Ezzel szemben mind a térelmélet, mind a minimumelv továbbra is érvényes, szép és egyszerű marad. ... Feltételezte, hogy állítása mindenre érvényes, így többek között a gravitációra is. Ha semmiféle jel sebessége nem haladhatja meg a fényét, akkor az idő nélkül terjedő erőhatás képét nem fogadhatjuk el. Így Einstein általánosított gravitációs elméletében Newton módszere alkalmatlan a fizikai jelenségek leírására, és hozzá még meglehetősen nehézkes is. ..."*

Előadása vége felé Feynman professzor külön is kitért a matematikusok és a fizikusok eltérő munkamódszerére, amelyet kutatásaik közben alkalmaznak. Többek között ezt a példát hozta:

„A matematikusok szeretik tételeiket olyan általánosan megfogalmazni, amennyire csak lehetséges. Ha például azt mondom nekik: »A közönséges háromdimenziós térről akarok valamit megtudni«, ők így válaszolnak: »Itt vannak az n dimenziós terekre vonatkozó tételek.« »Igen, de engem csak a háromdimenziós eset érdekel.« »Rendben van, helyettesítse be az $n = 3$-at.« És akkor kiderül, hogy sok nagyon bonyolult matematikai tétel, egy meghatározott speciális esetben jóval egyszerűbb alakot ölt. A fizikus mindig egy meghatározott esettel foglalkozik, sosem érdeklik az általánosságok. Mindig valamiről beszél, nem pedig egy elvont akármiről. Például le akarja írni a gravitációs törvényt három dimenzióban, nem érdekli egy tetszőleges erőhatás n dimenzióban. Vagyis az általánosságot mindig egy kicsit mérsékelni kell, mert a matematikusok túl széles érvényességi körrel dolgozták ki állításaikat. De az általánosság azért hasznos is, mert gyakran előfordul, hogy szegény fizikus kénytelen visszasomfordálni és megkérdezni: »Elnézést uraim, talán mégis mondhatnának nekem valamit a négydimenziós esetről is ...«"

Végül pedig ezekkel a szavakkal zárta az előadást:

„Összegezve, Jeans szavait idézném, aki azt mondta: »Úgy tűnik, a Nagy Építőmester matematikus volt«. És ezért nehéz a természet valódi, legmélyebb szépségeinek átérzését megosztani olyanokkal, akik nem beszélik elég jól a matematika nyelvét. C. P. Snow »két kultúráról« beszélt. Én azt gondolom, hogy a kétféle kultúrához aszerint sorolhatók az emberek, hogy képesek-e a matematikát olyan fokon megérteni, hogy a természet efféle szépségeit érzékelni tudják."

A két kultúra Magyarországon is kedvelt vitatéma volt azokban az években, amikor Feynman professzor úgy érezte, szükséges állást foglalnia a témában. Szimbolikus, hogy könyve itthon a „Gyorsuló idő" sorozatban jelent meg, abban a sorozatban, melynek címe Marx professzornak a két kultúra vitában megjelent írását örökítette tovább.

Radnai Gyula

Megoldásvázlatok a 2018/4. szám emelt szintű fizika gyakorló feladatsorához

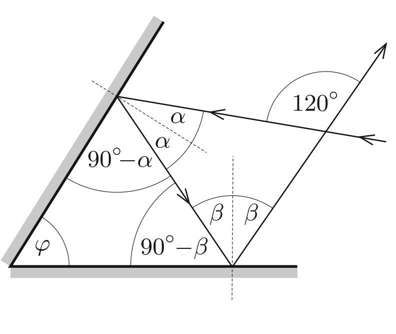
Tesztfeladatok

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	A	A	C	C	A	C	D	A	D	B	B	D	B	C

Számolásos feladatok

1. A kilépő röntgenfoton energiáját a fékeződő elektrontól kapja. A legkisebb hullámhosszú foton frekvenciája a legnagyobb, ekkor az elektron teljes mozgási energiája a foton energiáját adja. Az elektron mozgási energiáját az elektromos mező eU munkája révén nyeri. Tehát $eU = hf$. Felhasználva a foton frekvenciája és hullámhossza közötti $c = f\lambda$ összefüggést, megkapjuk a legkisebb hullámhossz értékét:

$$\lambda = \frac{hc}{Ue} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{10^{5}\ \mathrm{V} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 1{,}24 \ \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}.$$



2. *a*) Az *ábra* alapján

$$2\alpha + 2\beta = 120^\circ \qquad \text{és} \qquad \varphi = \alpha + \beta,$$

vagyis $\varphi = 60^\circ$.

b) Hasonló meggondolások alapján $\varphi = 90^\circ$.