Osszuk el egymással a $\frac{z}{1-z}=\frac{x}{1-w}$ és $\frac{z}{1-y}=\frac{x}{1-x}$ egyenletek megfelelő oldalait. Kapjuk, hogy

$$(1) \qquad \frac{1-y}{1-z}=\frac{1-x}{1-w}.$$

Az oldalak betűzésétől függetlenül jöttek ki ezek az arányok, így ugyanezek miatt felírható az is, hogy:

$$\frac{1-z}{1-w}=\frac{1-x}{1-y}.$$

Ebből átrendezéssel:

$$(2) \qquad \frac{1-y}{1-w}=\frac{1-x}{1-z}.$$

Az (1) és (2) hányadosára:

$$\frac{1-w}{1-z}=\frac{1-z}{1-w}.$$

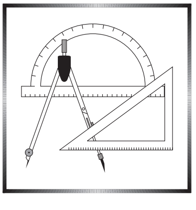
Ez pedig csak úgy lehet, ha

$$1-w=1-z.$$

Szimmetria miatt $1-y=1-x=1-w=1-z$ is igaz lesz. Ez pedig azt jelenti, hogy az $ABCD$ négyzet oldalait egyenlő arányban osztják az $XYZV$ négyszög csúcsai, tehát az XBY, YCZ, ZDV és VAX háromszögek egybevágó derékszögű háromszögek. Ebből pedig már következik, hogy $XYZV$ négyzet (mivel oldalai egyenlő hosszúak és merőlegesek egymásra), és éppen ezt akartuk belátni.

Csizmadia Viktória (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

Összesen 69 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott 43, 4 pontot 8 versenyző. 2 pontos 2, 1 pontos 3 tanuló dolgozata. 0 pontot kapott 13 tanuló.



A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1483–1489.)

Feladatok 10. évfolyamig

C. 1483. Mennyi a $6|x-1|+5|x-2|+4|x-3|+3|x+4|+2|x-5|$ kifejezés legkisebb értéke?

C. 1484. Az $ABCD$ olyan konvex négyszög, amelynek átlói nem merőlegesek egymásra. Az A, B, C, D csúcsokból az AC, illetve BD szakaszokra bocsátott merőlegeseknek létezik a csúcsoktól különböző talppontja, jelölje ezeket rendre A_1, B_1, C_1, D_1. Bizonyítsuk be, hogy az ezek által meghatározott négyszög hasonló az eredetihez.

Feladatok mindenkinek

C. 1485. Legyen $x=1^2+3^2+5^2+\ldots+2017^2$ és $y=2^2+4^2+6^2+\ldots+2018^2$. Adjuk meg az

$$\frac{y-x}{y+x-(1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+2017\cdot 2018)}$$

tört értékét.

C. 1486. Adott az ABC szabályos háromszög és a k kör, melyeknek közös középpontja az O pont, területük pedig egyaránt $\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{27}}}$. Legyenek az AO, BO, CO szakaszok meghosszabbításainak a k körrel való metszéspontjai rendre az A', B', C' pontok. Adjuk meg az $AC'BA'CB'$ hatszög területének pontos értékét.

C. 1487. Kilenc színész háromfős helyzetgyakorlatokat játszik. Legkevesebb hány gyakorlatra van szükség ahhoz, hogy bármely két színész szerepeljen közösen?

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1488. Öt szakaszról tudjuk, hogy bármelyik háromból mint oldalakból valódi háromszög szerkeszthető. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott háromszögek közül legalább az egyik hegyesszögű.

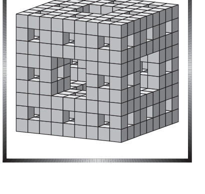
C. 1489. Egy sakktábla bal alsó sarkában áll egy sötét futó, jobb alsó sarkában pedig egy világos futó. Mindkét futó a saját színén haladva egyesével lép felfelé haladva a táblán véletlenszerűen jobbra vagy balra, míg el nem érik a felső sort. Mennyi a valószínűsége, hogy a sötét futó a világos futótól jobbra érkezik a felső sorba?

❄

Beküldési határidő: 2018. június 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

A B pontversenyben kitűzött feladatok (4957–4965.)



B. 4957. Egy pozitív egészekből álló halmazt nevezzünk *tyű-de-jónak,* ha a számok között nincs kettő, melyek különbsége 2. Hány tyű-de-jó részhalmaza van az $\{1,2,3,\ldots,10\}$ halmaznak?

(*3 pont*) Javasolta: *Róka Sándor* (Nyíregyháza)