[10] Reynolds, Barbara E.: *Taxicab Geometry,* The Pi Mu Epsilon Journal, Worcester, MA. Vol. 7., No. 2., pp. 77–88., 1980.

[11] Sikolya Eszter: *Analízis III. előadásjegyzet,* ELTE, 2010/2011 őszi félév.

[12] Junge, Marius: *Metric Spaces,* The University of Illinois.

Horváth Manuéla

Beszámoló a 40. Hajós György Matematikai Versenyről

A versenyt idén a Pázmány Péter Katolikus Egyetem Információs Technológiai és Bionikai Kara rendezte, 2018. április 5. és 7. között.

A szervezők Recski Andrást és Tuza Zsolt egyetemi tanárokat kérték fel társelnököknek. Tiszteletbeli elnök Obádovics J. Gyula volt, aki immár 15. alkalommal volt elnök. A versenybizottság tagjai: Csató Sándor, főiskolai docens, Szegedi Tudományegyetem Mérnöki Kar, Kárász Péter, egyetemi docens, Óbudai Egyetem Neumann János Informatikai Kar, Klincsik Mihály, főiskolai tanár, Pécsi Tudományegyetem Műszaki és Informatikai Kar, Molnár Sáska Gáborné Katalin, főiskolai docens, Budapesti Gazdasági Egyetem, Ladics Tamás, főiskolai docens, Neumann János Egyetem GAMF Kar.

A 40. Hajós György Matematikai Versenyen kitűzött feladatok, eredmények

1. feladat. *Tekintsük a következő rekurzív sorozatot:*

$$a_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{a_n}{2}, & \text{ha } a_n \text{ páros;} \\ 3a_n + 1, & \text{ha } a_n \text{ páratlan.} \end{cases}$$

Igazolja, hogy egy $a_0 = 2^k - 1$ *alakú számból indulva, ahol* k *pozitív egész, a sorozat egy* $a_K = 3^k - 1$ *alakú számhoz jut! Fejezze ki a* K *számot a* k *segítségével!*

A feladatot ismertette, és a szép megoldásért díjat kapott:
Farkas Domonkos László, PPKE Információs Technológiai és Bionikai Kar

2. feladat. *Legyenek az* a, b *és* c *olyan pozitív egész számok, amelyek között fennáll az* $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ *egyenlőség. Igazolja, hogy ha az* (a, b, c) *számok legnagyobb közös osztója* 1, *akkor az* $(a+b)$ *összeg mindig négyzetszám. Adjon példát az egyenlet olyan* (a, b, c) *egész megoldására, ahol a három szám*

(i) *legnagyobb közös osztója* 1;

(ii) *legnagyobb közös osztója nagyobb* 1*-nél és az* $(a + b)$ *összeg nem négyzetszám.*

A feladatot ismertette: *Bege Áron,* BME Gépészmérnöki Kar
A szép megoldásért díjat kapott: *Czirkos Angéla,* ELTE Informatikai Kar

3. feladat. *Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert:*

$$x + y = 9,$$
$$\sqrt{x\sqrt{y} - 2x} + \sqrt{y\sqrt{x} - 2y} = 3\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y} - 4}.$$

A feladatot ismertette: *Csutak Balázs,* PPKE Információstechnológiai és Bionikai Kar
A szép megoldásért díjat kapott: *Halmosi Bence,* Pannon Egyetem, Informatikai Kar

4. feladat. *Legyen K egy tetraéder két kitérő élének felezőpontját összekötő szakasz felezőpontja. Bizonyítsa be, hogy ha a K pontot összekötjük a tetraéder csúcspontjaival, akkor az eredeti tetraédert négy egyenlő térfogatú tetraéderre bontjuk.*

A feladatot ismertette: *Juhos Attila,* BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar
A szép megoldásért díjat kapott: *Knoch Júlia,* ELTE, Természettudományi Kar

5. feladat. *Tekintsük az $y = x^2$ egyenletű parabola azon érintőpárjait, amelyek merőlegesek egymásra! Közülük melyik zárja közre a legkisebb területet a parabolaívvel?*

A feladatot ismertette:
Holczer András, BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar
A szép megoldásért díjat kapott: *Stark Patrícia,* BCE Közgazdaságtudományi Kar

Az egyéni verseny díjazottjai:

1. **Juhos Attila,** Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Villamosmérnöki és Informatikai Kar;
2. Holtversenyben:
   Holczer András, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Villamosmérnöki és Informatikai Kar;
   Papp Marcell, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Vegyészmérnöki és Biomérnöki Kar;
3. **Szemán Krisztián,** Budapesti Corvinus Egyetem, Közgazdaságtudományi Kar;
4. **Körmöczi Dávid,** Szent István Egyetem, Gépészmérnöki Kar;
5. **Bosits Balázs,** Budapesti Corvinus Egyetem, Közgazdaságtudományi Kar;
6. **Csorba Benjámin,** Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar.

A csapatverseny díjazottjai:

1. Budapesti Corvinus Egyetem, Közgazdaságtudományi Kar: *Bosits Balázs, Siket Olivér, Stark Patrícia, Szemán Krisztián;*
2. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Villamosmérnöki és Informatikai Kar: *Holczer András, Almási Nóra, Juhos Attila;*

3. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Vegyészmérnöki és Biomérnöki Kar: *Boricsev Viktor, Horváth József Áron, Papp Marcell, Pesti Benedek;*

4. Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Információs Technológiai és Bionikai Kar: *Farkas Domonkos László, Nagy Fanni, Herbert Attila, Csutak Balázs.*

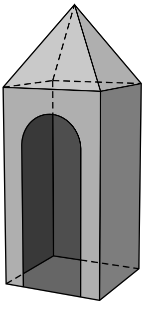
A támogatók, a verseny teljes eredménylistája és egyéb, az idei versennyel kapcsolatos információ, valamint a régebbi versenyek feladatai az idei verseny honlapján olvasható: `https://hajos2018.itk.ppke.hu/`.

Bércesné Novák Ágnes
a verseny ügyvezető elnöke

Megoldásvázlatok a 2018/4. szám emelt szintű matematika gyakorló feladatsorához

I. rész

1. *Egy katonai laktanyában az* ábrán *látható őrbódéban őrködnek a katonák. A* 3,5 m *magas építmény egy négyzetes hasábból és egy hozzá kapcsolódó szabályos négyoldalú gúlából áll. Bejárata téglalap alakú, annak felső, rövidebb oldalára illesztett félkörrel. A négyzetes oszlop alapéle* 1,3 m, *magassága* 2,5 m, *míg a bejárat téglalap alakú része* 0,8 m *széles és* 1,8 m *magas.*



a) Mennyibe kerül az őrbódé külső lefestése, ha 1 m^2 *felület lefestéséhez* 1,5 dl *festék szükséges, melynek literje* 3200 Ft? *(Az őrbódé tetejét is festjük, ajtaját azonban nem.)* (*6 pont*)

A laktanyában a hétvégi (pénteki, szombati és vasárnapi) éjszakai őrség kialakításakor a parancsnok az alábbi szempontokat veszi figyelembe:

- *Minden katona legalább egy éjszaka őrködjön, de ne legyen olyan katona, aki mindhárom éjszaka őrségben van.*
- *A teljes létszámnak a fele teljesítsen pontosan két éjszaka őrszolgálatot.*
- *Az őrség létszáma az első éjszaka* 16 *fő, a második éjszaka* 22 *fő, míg a harmadik éjszaka* 10 *fő.*

b) Hány katona vett részt az éjszakai őrségben? (*5 pont*)

Megoldás. *a*) Az őrbódé külső lefestéséhez szükséges festék mennyiségének meghatározásához számítsuk ki az építmény felszínét. A szabályos négyoldalú gúla oldallapjának m magassága a Pitagorasz-tétellel: $m = \sqrt{1^2 + 0{,}65^2} = \sqrt{1{,}4225}$, így a gúla felszíne:

$$A_{\text{gúla}} = 4 \cdot \frac{1{,}3 \cdot \sqrt{1{,}4225}}{2} \approx 3{,}1 \ (\text{m}^2).$$