

Beszámoló a 2017. évi Eötvös-versenyről

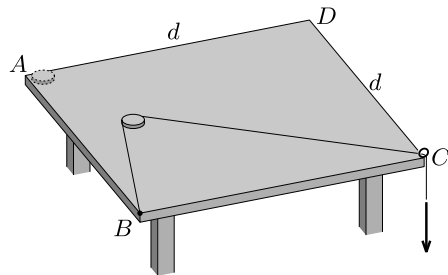


Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2017. évi Eötvös-versenye október 13-án délután 3 órai kezdettel tizennégy magyarországi helyszínen* került megrendezésre. Ezért külön köszönettel tartozunk mindazoknak, akik ebben szervezéssel, felügyelettel a segítségünkre voltak. A versenyen a három feladat megoldására 300 perc áll rendelkezésre, bármely írott vagy nyomtatott segédeszköz használható, de (nem programozható) zsebszámológépen kívül minden elektronikus eszköz használata tilos. Az Eötvös-versenyen azok vehetnek részt, akik vagy középiskolai tanulók, vagy a verseny évében fejezték be középiskolai tanulmányaikat. Összesen 42 versenyző adott be dolgozatot, 15 egyetemista és 27 középiskolás.

Ismertetjük a feladatokat és azok megoldását.



1. feladat. Az 1. ábrán látható, d oldalhosszúságú, négyzet alakú asztallap A sarkánál egy m tömegű, kis pénzérme nyugszik. Az asztal B sarkához egy horgászszinór egyik végét rögzítjük, majd a zsinórt az érme „átvetve” az asztal C sarkához rögzített szemescsavaron vezetjük át. A zsinór szabad végét igen lassan húzni kezdjük addig, amíg az érme végül leesik az asztalról. Az asztallap és az érme közötti csúszási súrlódási együttható μ , máshol a súrlódás elhanyagolható.



1. ábra

a) Hol esik le az érme az asztalról?

b) Becsüljük meg, mennyi munkát végeztünk a folyamat közben!

Adatok: $m = 7,7$ g, $d = 1,0$ m, $\mu = 0,3$.

(Vigh Máté)

Megoldás. A pénzérmére három erő hat: a két zsinórszárban ható erő, valamint a pénzérme és az asztal között fellépő csúszási súrlódási erő. A pénzérmét lassan mozgatjuk, a gyorsulások elhanyagolhatók, így a három erő eredője jó közelítéssel nulla. A zsinór nem súrlódik a pénzérmén, így benne mindenhol azonos nagyságú erő hat. Ebből következően a pénzérme mindig a zsinórszárak pillanatnyi szögfelezőjének irányába fog mozogni (hiszen a csúszási súrlódási erő mindig a sebességgel ellentétes irányú). Ennek a sebességvektornak mindkét zsinórszárra

*Részletek a verseny honlapján: <http://eik.bme.hu/~vanko/fizika/eotvos.htm>.

ugyanakkora a vetülete, így a két zsinórszár mindig azonos mértékben rövidül – tehát a hosszai különbsége a mozgás során nem fog változni.

a) Ennek alapján:

$$\sqrt{2}d - d = x_2 - x_1 \quad \text{és} \quad x_1 + x_2 = d,$$

ahol x_1 és x_2 a két zsinórdarab hossza, amikor a pénzérme eléri az asztal szélét.

Az egyenletrendszer megoldva megkapjuk, hogy a pénzérme az asztal B sarkától

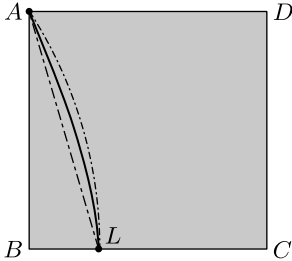
$$x_1 = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) d \approx 0,293 d$$

távolságra esik le az asztalról.

b) A munkavégzés megegyezik a súrlódási munka abszolút értékével. Mivel a súrlódási erő állandó, így a munka a súrlódási erő és a pénzérme által befutott s út szorzata:

$$W = \mu mg \cdot s.$$

A két zsinórszár hosszának különbsége állandó, tehát a pénzérme egy hiperbolaívén fog mozogni. (A hiperbola fókuszai az asztal B és C sarkai.) A hiperbolaív hosszát elemi úton nem tudjuk meghatározni – ezért is kért a feladat *becslést* –, de alsó és felső közelítést adhatunk rá.



2. ábra

Alsó becslés az asztal A sarkát és a leesés L pontját összekötő egyenes szakasz hossza (2. ábra):

$$s_{\min} = \sqrt{d^2 + x_1^2} \approx 1,042 d,$$

felső becslés pedig az A és L pontokon átmenő és a BC szakaszt merőlegesen metsző körvonal hossza. A kör sugara egyszerű geometriai megfontolások alapján:

$$R = \frac{d^2 + x_1^2}{2x_1} \approx 1,854 d,$$

amiből a keresett ívhossz:

$$s_{\max} = R \arcsin \frac{d}{R} \approx 1,056 d.$$

Láthatjuk, hogy a két érték elég közel van egymáshoz. (A hiperbolaív hosszát számítógéppel numerikusan is kiszámolhatjuk, akkor $s \approx 1,048 d$ -t kapunk.)

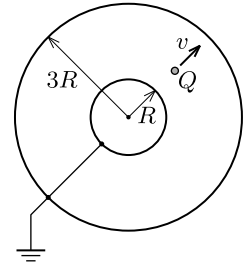
Ezek alapján, valamint a megadott adatokkal és $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ -tel a keresett munkavégzés:

$$0,0236 \text{ J} < W < 0,0239 \text{ J}.$$

2. feladat Egy gömbkondenzátor fegyverzeteinek sugara R és $3R$. A gömböket rövidre zárjuk, és a nagyobb gömböt leföldeljük. A két fémgömb között egy Q ponttöltést mozgatunk állandó v sebességgel sugárirányban kifelé (3. ábra).

Mekkora áram folyik a gömböket összekötő vezetékben, amikor a mozgó töltés éppen „félúton”, a gömbök középpontjától $2R$ távolságban van? (A rövidrezáró vezeték elektrosztatikus terét ne vegyük figyelembe!)

(Gnädig Péter)



3. ábra

I. megoldás. A feladat nehézsége abban rejlik, hogy a fémgömbök eredetileg fennálló gömbszimmetriáját elrontja a Q ponttöltés jelenléte. Emiatt a gömbökön kialakuló töltésseloszlás erősen inhomogén lesz, és az elektromos mező szerkezete is meglehetősen bonyolult. Szerencsére a töltésseloszlás meghatározása elkerülhető, amint azt az alábbi megoldásban látni fogjuk.

Jelöljük a kis fémgömb pillanatnyi töltését q_1 -gyel, a nagyobb gömböt q_2 -vel, a ponttöltés pillanatnyi távolságát a gömbök középpontjától pedig r -rel! A kisebb fémgömb potenciálja a földelés miatt nulla, és mivel a fém ekvipotenciális, ugyanez a középpontjára is igaz. A gömbökön elhelyezkedő töltések azonos (R , illetve $3R$) távolságra helyezkednek el a gömbök közös középpontjától, ezért itt a potenciált könnyen felírhatjuk:

$$(1) \quad k \frac{q_1}{R} + k \frac{Q}{r} + k \frac{q_2}{3R} = 0.$$

A nagy gömbön kívül a földelés miatt nincs elektromos tér (a belső töltések terét a nagy gömb teljesen leárnyékolja), így a Gauss-törvény értelmében a rendszer össztöltése nulla:

$$(2) \quad Q + q_1 + q_2 = 0.$$

A fenti két egyenletből a kisebb gömb töltésének abszolút értéke kifejezhető r függvényében:

$$(3) \quad q_1(r) = - \left(\frac{3R}{2r} - \frac{1}{2} \right) Q.$$

Mivel a gömbök össztöltése állandó ($-Q$), így a ponttöltés mozgása közben csak a gömbök közötti vezetékben folyik áram, a földbe jutó vezetékben nem. A kis gömbre vonatkozó kontinuitási egyenletből a gömbök között folyó áram deriválással (vagy a kis megváltozásokra érvényes formulák segítségével) meghatározható:

$$I = \frac{dq_1}{dt} = \frac{dr}{dt} \frac{dq_1}{dr} = v \frac{dq_1}{dr} = \frac{3}{2} \frac{QvR}{r^2},$$

az áram iránya pedig a kis gömb felé mutat. Tehát az áramerősség értéke, amikor a ponttöltés éppen $r = 2R$ távolságra van a gömbök középpontjától:

$$I = \frac{3}{8} \frac{Qv}{R}.$$

II. megoldás. Az első megoldás kulcsa az volt, hogy észrevettük: a potenciál értéke könnyen kiszámítható a gömbök közös középpontjában. Az (1) és (2) egyenletekhez más módon, a szuperpozíciós elv segítségével is eljuthatunk.

Képzeld el, hogy a gömbök középpontjától r távolságra elhelyezkedő Q ponttöltést gondolatban N -edrésére csökkentjük. Ekkor a gömbök q_1 és q_2 töltése is N -edrésére csökken. Forgassuk el ezt az elrendezést a gömbök középpontja körül egy kicsit, és szuperponáljuk rá az eredeti elrendezésre! Így már két Q/N ponttöltés helyezkedik el a középponttól r távolságra, a gömbök töltése pedig rendre $2q_1/N$ és $2q_2/N$. Ismételd meg ezt az eljárást még $(N - 2)$ -ször úgy, hogy végül összesen Q töltés legyen az r sugarú gömbfelületen, a lehető legegyszerűsebb elrendezésben. Az $N \rightarrow \infty$ határesetben a ponttöltést ilyen módon végül „szétkenhetjük” egy r sugarú, egyenletes felületi töltéssűrűségű, Q össztöltésű gömbhéjjá, miközben a fémgömbök q_1 és q_2 töltése változatlan marad. Ennek az az előnye, hogy az eredeti feladatot visszavezettük egy könnyebb, gömbszimmetrikus problémára.

Ismert, hogy egy egyenletesen töltött gömbhéj potenciálja kívül úgy számítható, mintha a gömb töltése a középpontjában összpontosulna, belül pedig ugyanakkora, mint a gömb felületén. A legkülső, földelt gömb felületén tehát a potenciált a három (q_1 , Q és q_2 töltésű) gömbhéj potenciáljának összegeként kaphatjuk meg:

$$k \frac{q_1}{3R} + k \frac{Q}{3R} + k \frac{q_2}{3R} = 0,$$

ami ekvivalens a (2) egyenlettel. A kis gömb felületén a (szintén nulla) potenciált teljesen hasonlóan, három tag összegeként írhatjuk fel: a legkülső gömb járuléka $kq_2/(3R)$, a „szétkent” ponttöltésé kQ/r , míg a legbelső gömbé kq_1/R . Ez végül az (1) egyenletre vezet. Az (1) és (2) egyenletek birtokában a végeredményhez az I. megoldással azonos módon juthatunk el.

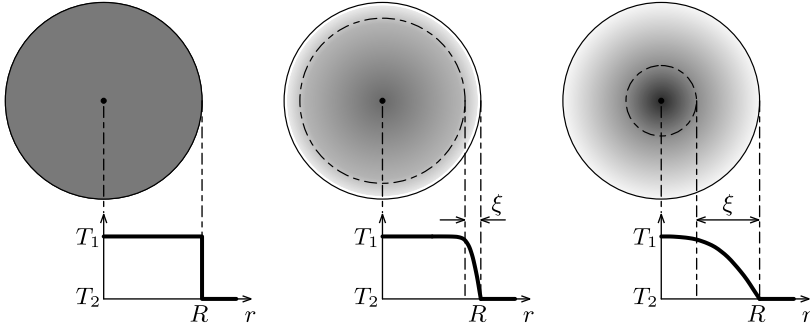
Megjegyzés. Az egyik második díjat nyert versenyző, *Marozsák Tóbiás* egy harmadik úton oldotta meg a feladatot. Ismert, hogy ha egy földelt, vezető gömbhéj közelébe egy ponttöltést helyezünk, akkor a gömbön megosztott töltések helyettesíthetők egy, a gömbfelület ponttöltéssel átellenes oldalán elhelyezett tükröltéssel. Ennek a tükröltésnek a nagysága és helyzete kiszámolható abból a feltételből, hogy a gömb teljes felülete nulla potenciálú. A feladatban szereplő két, koncentrikus gömbhéj esetén a Q töltést először „tükröznünk” kell mindkét gömbre, majd az így kapott tükröltésekkel is folytatni kell az eljárást. Végül váltakozó előjelű tükröltések végtelen sorát kapjuk a kis gömbön belül és a nagy gömbön kívül. A kis gömbön belüli tükröltések össztöltése (azaz q_1) egy geometriai sor felösszegzésével kiszámítható, és így közvetlenül a (3) egyenlethez jutunk. Bár ez a módszer matematikailag sokkal nehezebb, mint a fenti két, részletesen ismertetett megoldás, elvben lehetőséget ad a gömbök között kialakuló elektromos tér (legalább numerikus) meghatározására is.

3. feladat. *Egy 30 mm sugarú, homogén, tömör üveggolyó igen hosszú ideje forrásban lévő vízbe merül. A golyót hirtelen jeges vízzel telt edénybe merítjük 30 másodpercre, majd onnan kiemelve hőszigetelő edénybe helyezzük. (A vízcseppeket gyorsan letöröljük.) Becsüljük meg, mennyi lesz az üveggolyó egyensúlyi hőmérséklete hosszú idő elteltével!*

További adatok: Az üveg sűrűsége 2500 kg/m^3 , fajhője 830 J/(kg K) , hővezetési tényezője $0,95 \text{ W/(m K)}$.

(Vigh Máté)

I. megoldás. A hosszú ideje lobogó vízbe merülő golyó belsejében a hőmérséklet mindenhol $T_1 = 100\text{ }^\circ\text{C}$ -os. Amikor a golyót a $T_2 = 0\text{ }^\circ\text{C}$ -os, jeges vízbe tesszük, akkor annak külső része kezd el először lehűlni, majd ez a „hidegfront” halad fokozatosan a golyó belseje felé. A hőszigetelő edénybe helyezve a golyó belső energiája már nem változik tovább, csak annyi történik, hogy a hőmérséklet a belsejében kiegyenlítődik. Vajon mekkora tipikus ξ mélységig hatol be a hidegfront a golyóba 30 másodperc alatt? Elképzelhető, hogy csak a golyó legkülső, vékony „kérgé” hűl le a jeges vízben, de az is, hogy szinte az egész golyó lehűl, csak a közepe táján marad meleg (4. ábra).

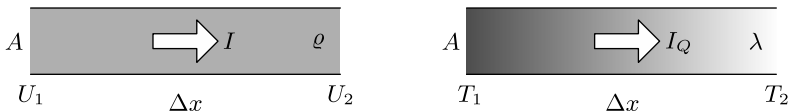


4. ábra

A golyó belseje és a jeges vízzel érintkező ($0\text{ }^\circ\text{C}$ -os) felülete közötti hővezetést a Fourier-törvény írja le, amely analóg a fémek elektromos vezetését leíró Ohm-törvénnyel (5. ábra). Míg egy állandó A keresztmetszetű, Δx hosszúságú egyenes vezetékben folyó elektromos áram (I) a vezeték végei közötti ΔU potenciálkülönbséggel arányos, addig ugyanezen vezetékben terjedő hőáram (I_Q) a ΔT hőmérsékletkülönbséggel arányos:

$$I = -\frac{1}{\rho} A \frac{\Delta U}{\Delta x} \quad \Longleftrightarrow \quad I_Q = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x},$$

ahol $1/\rho$ a vezeték anyagának elektromos vezetőképessége (a fajlagos ellenállás reciproka), λ pedig a hővezetési tényező.



5. ábra

Sajnos golyó (gömbgeometria) esetén a Fourier-törvény matematikai alakja a fenténél bonyolultabb. További nehézség, hogy a feladatban a hőmérsékleteloszlás nem állandó (nem stacionárius), hanem a hőáram hatására időben változik. Ilyen körülmények között reménytelen a feladatra matematikailag egzakt választ adni. Megpróbálhatjuk azonban dimenzionális megfontolásokkal kitalálni, hogy hogyan függ a hidegfront ξ behatolási mélysége az időtől.

Első lépésként vizsgáljuk meg, milyen mennyiségektől függhet ξ . Természetesen függ az időtől, ezen kívül függ még a golyó λ hővezetési tényezőjétől (rossz hővezető esetén ξ lassabban növekszik), az üveg ρ sűrűségétől és c fajhőjétől. A golyó R sugara is fontos paraméter lehet, de ha $\xi \ll R$ (azaz a jeges vízbe merítés ideje viszonylag rövid), akkor a hidegfront terjedésére lényegében nincs hatással a golyó véges mérete. Mi a helyzet a golyó közepe és a felülete közötti hőmérséklet-különbséggel? A Fourier-törvény szerint kétszer akkora hőmérséklet-különbséghez kétszer akkora hőáram tartozik, de ekkor a golyó egyes rétegeinek lehűtéséhez szükséges hőelvonás is megkétszereződik. Tehát a hidegfront időbeli terjedését nem, csupán a „magasságát” befolyásolja $\Delta T = T_1 - T_2$ értéke.

Keressük tehát a ξ behatolási mélységet a következő alakban:

$$\xi \sim \lambda^\alpha \rho^\beta c^\gamma t^\delta,$$

ahol α , β , γ és δ dimenziótlan konstans kitevők. A jobb oldalon álló mennyiségek mértékegységei:

$$[\lambda] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^3 \text{K}}, \quad [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad [c] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \text{K}}, \quad [t] = \text{s}.$$

Ezekből csak egyféleképpen „keverhetünk ki” méter dimenziójú mennyiséget:

$$\xi(t) \sim \sqrt{\frac{\lambda t}{c\rho}}.$$

Egy dimenziótlan faktor erejéig most már ismerjük a $\xi(t)$ függvényt, de vajon mi az arányossági tényező? Nem tudjuk, de várhatóan egységnyi nagyságrendű, és mivel beclésről volt szó, vegyük 1-nek! A megadott adatok alapján tehát $t = 30$ s alatt a „hidegfront” behatolási mélysége:

$$\xi \approx \sqrt{\frac{\lambda t}{c\rho}} \approx 3,7 \text{ mm},$$

ami majdnem egy nagyságrenddel kisebb a golyó $R = 30$ mm-es sugaránál. Előzetes feltevésünk, mely szerint ξ sokkal kisebb R -nél, utólag beigazolódott.

A T_∞ egyensúlyi hőmérsékletet becsüljük úgy, hogy a ξ vastagságú kéreg hőmérséklete $T_2 = 0$ °C, azon belül pedig $T_1 = 100$ °C. A hőmérséklet kiegyenlítődesét kifejező egyenlet:

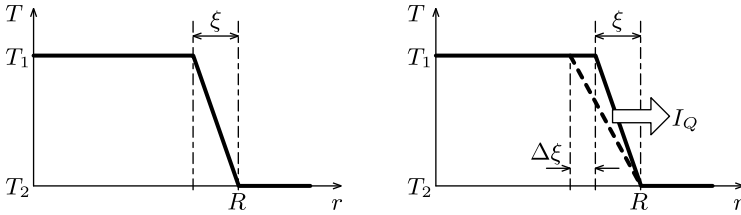
$$\frac{4}{3}\pi(R - \xi)^3 T_1 + \frac{4}{3}\pi[R^3 - (R - \xi)^3] T_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 T_\infty,$$

amiből $\xi \ll R$ felhasználásával (csak a ξ -ben elsőfokú tagokat tartva meg) megkapjuk a golyó egyensúlyi hőmérsékletét:

$$T_\infty \approx T_1 - \frac{3\xi}{R}(T_1 - T_2) \approx 63 \text{ °C}.$$

Mivel beclésről van szó, ezért az eredmény második értékes jegyét nem szabad nagyon komolyan vennünk.

II. megoldás. Használjuk a Fourier-törvényt, és közelítsük a hőmérséklet-profil a 6. ábra bal oldalán látható, szakaszonként lineáris függvénnyel! (Könnyen belátható, hogy egy ilyen hőmérsékletprofil később nem marad szakaszonként lineáris, de ez a becslésünk érvényességét nem befolyásolja majd.)



6. ábra

A várhatóan kis ξ behatolási mélység miatt a problémát kezelhetjük egy-dimenziósként (azaz golyó helyett egy végtelen féltér esetét vizsgáljuk). Tegyük fel, hogy t idő után a „lineáris hidegfront” szélessége ξ . Ekkor a golyó belsejéből a jeges vízbe átmenő hőáram nagysága (teljesítmény):

$$(4) \quad I_Q = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{\xi}.$$

Ez a kiáramló teljesítmény okozza Δt idő alatt a hidegfront $\Delta \xi$ szélesedését (6. ábra jobb oldala):

$$I_Q \Delta t = c \rho A \left[T_1 \Delta \xi + \frac{T_1 + T_2}{2} \xi \right] - c \rho A \frac{T_1 + T_2}{2} (\xi + \Delta \xi),$$

ahol a behatolási mélységnek megfelelő rész energiáját a szélein mért hőmérsékletek átlagának segítségével fejeztük ki. Ebből rendezés után adódik:

$$(5) \quad I_Q = c \rho A \frac{T_1 - T_2}{2} \frac{\Delta \xi}{\Delta t}.$$

A hőáramokra kapott (4) és (5) összefüggéseket egyenlővé téve kapjuk:

$$\xi \Delta \xi = \frac{2\lambda}{c\rho} \Delta t.$$

Összegezzük fel ennek az egyenletnek mindkét oldalát! Ekkor a jobb oldalon a vízbe merítés t ideje, a bal oldalon pedig $\xi^2/2$ jelenik meg (ezt beláthatjuk pl. egy összenyomott rugóban tárolt energia analógiájával vagy integrálással). Tehát a „lineáris hidegfront” behatolási mélysége az idő függvényében:

$$\xi(t) = 2\sqrt{\frac{\lambda}{c\rho} t} \sim \sqrt{t},$$

ami egy 2-es faktor erejéig egyezik a dimenzióanalízis eredményével.

A hőmérséklet kiegyenlítődéését kifejező egyenlet ($\xi \ll R$ közelítésben):

$$\frac{4}{3}\pi(R - \xi)^3 T_1 + 4\pi R^2 \xi \frac{T_1 + T_2}{2} \approx \frac{4}{3}\pi R^3 T_\infty,$$

ebből

$$T_\infty \approx T_1 - \frac{3\xi}{2R}(T_1 - T_2).$$

Végül a szakaszosan lineáris hőmérsékletprofilra levezetett ξ behatolási mélységet felhasználva kapjuk a becslés végső formuláját:

$$T_\infty = T_1 - \frac{3}{R} \sqrt{\frac{\lambda t}{c\rho}} (T_1 - T_2).$$

Az adatokat behelyettesítve $T_\infty \approx 63^\circ\text{C}$ egyensúlyi hőmérséklet adódik, egyezésben a dimenzióanalízissel kapott értékkel.

*

Az ünnepélyes eredményhirdetésre és díjkiosztásra 2017. november 24-én délután került sor az ELTE TTK Konferenciatermében. Meghívást kaptak az 50 és 25 évvel ezelőtti Eötvös-verseny nyertesei is. Jelen volt a 25 évvel ezelőtti díjazottak közül *Gefferth András*, *Maulis Ádám* és *Pálfalvi László*, akik az akkori feladatok ismertetése után röviden beszéltek a versennyel kapcsolatos emlékeikről és pályájukról.

Ezután következett a 2017. évi verseny feladatainak és megoldásainak bemutatása. Az 1. feladat megoldását *Tichy Géza*, a 2. feladatét *Vankó Péter*, a 3. feladatét *Vigh Máté* ismertette.

Az esemény végén került sor az eredményhirdetésre. A díjakat *Sólyom Jenő*, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnöke adta át.

Mindhárom feladat helyes megoldásáért *első díjat* és Eötvös-éremet nyert **Kovács Péter Tamás**, a Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium érettségizett tanulója, *Pálovics Róbert* és *Juhász Tibor* tanítványa, aki jelenleg a BME fizikus hallgatója.

Két feladat helyes megoldásáért *második díjat* nyert **Marozsák Tóbiás**, az Óbudai Árpád Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Gärtner István* tanítványa.

Egy feladat helyes megoldásáért *harmadik díjat* nyert **Németh Balázs**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Dvorák Cecília* és *Csefkó Zoltán* tanítványa, valamint **Németh Róbert**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium érettségizett tanulója, *Horváth Gábor* és *Szokolai Tibor* tanítványa – az ELTE fizikus hallgatója.

Egy feladat lényegében helyes megoldásáért *dicséretet* kapott **Fajszi Bulcsú**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 10. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* és *Csefkó Zoltán* tanítványa; **Fehér Szilveszter**, az Óbudai Gimnázium érettségizett tanulója, *Fehér Gabriella* tanítványa – az ELTE fizikus

hallgatója; **Gyulai Márton**, a miskolci Földes Ferenc Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Pál Mihály* és *Zámborszky Ferenc* tanítványa; **Kürti Zoltán**, az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium érettségizett tanulója, *Zsigri Ferenc* tanítványa – az ELTE fizikus hallgatója; **Mocskonyi Mirkó**, a szentendrei Ferences Gimnázium érettségizett tanulója, *Adolf Géza* és *Borbély Venczel* tanítványa – az ELTE fizikus hallgatója; **Olosz Adél**, a PTE Gyakorló Általános Iskola, Gimnázium és Szakgimnázium 11. osztályos tanulója, *Koncz Károly* és *Kotek László* tanítványa; **Simon Dániel Gábor**, a Kecskeméti Bányai Júlia Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Bakk János* tanítványa; **Szakály Marcell**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Csefkó Zoltán* és *Dvorák Cecília* tanítványa, valamint **Tófalusi Ádám**, a Debreceni Fazekas Mihály Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Tófalusi Péter* és *Zámborszky Ferenc* tanítványa.

Az első díjjal *Zimányi Gergely* adományából 63 ezer, a második díjjal 45 ezer, a harmadik díjjal 25 ezer forint pénzjutalom járt, a dicséretesek könyv- és tárgyjutalmat, a díjazottak tanárai pedig a Typotex Kiadó könyveit kapták. A verseny megszervezését az Eötvös Loránd Fizikai Társulat a MOL támogatásából fedezte.

Tichy Géza, Vankó Péter, Vigh Máté

Megoldásvázlatok a 2018/2. szám emelt szintű fizika gyakorló feladatsorához

Tesztfeladatok

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	A	D	B	C	D	A	C	A	D	A	C	A	D	C

Számolós feladatok

1. a) Összesen négy erő hat a testre, kettő vízszintes és kettő függőleges. Függőleges irányban az mg nehézségi erő és az asztal N tartóereje kiegyenlíti egymást. A vízszintes erők egyike az F fonálerő, a másik pedig a csúszási súrlódási erő ($F_s = \mu N = \mu mg \approx 0,25 \cdot 0,6 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,5 \text{ N}$). Ezek eredője szolgáltatja a centripetális erőt ($F_{\text{cp}} = \frac{mv^2}{r} = 1,2 \text{ N}$). Tudjuk, hogy a centripetális erő a kör középpontja felé mutat, a csúszási súrlódási erő pedig a sebességgel ellentétes, vagyis a körpálya érintője menti. Ennek alapján a fonálerőről megállapíthatjuk, hogy a súrlódási erővel vektorosan összeadva megkapjuk a centripetális erőt, valamint a vektorösszeadás olyan derékszögű háromszöget eredményez, amelynek egyik befogója a súrlódási erő, átfogója a fonálerő és másik befogója a centripetális erő (1. ábra). Az F fonálerő nagyságát a Pitagorasz-tétel segítségével számíthatjuk ki:

$$F = \sqrt{F_s^2 + F_{\text{cp}}^2} \approx \sqrt{1,5^2 + 1,2^2} \text{ N} = 1,9 \text{ N}.$$