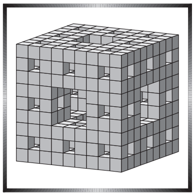


A B pontversenyben kitűzött feladatok (4939–4947.)

B. 4939. Mutassuk meg, hogy egy konvex 2018-szöget nem lehet háromszögekre darabolni úgy, hogy minden keletkező háromszög szögei fokokban mérve egészek legyenek.

(*3 pont*)

B. 4940. Milyen értékeket vehet fel az $x+y+z$ összeg, ha

$$x^4+4y^4+16z^4+64=32xyz?$$

(*3 pont*)

B. 4941. A hegyesszögű ABC háromszög körülírt körének O középpontját tükrözzük a magasságok talppontjaira. Igazoljuk, hogy e három pont által meghatározott kör ugyanakkora sugarú, mint az ABC háromszög körülírt köre.

(*4 pont*)

B. 4942. A nemzetközi kombinatorikai konferenciára érkező száz matematikust egy szállodában helyezik el, ahol a szobák egytől százig vannak megszámozva. A recepciós azt tervezi, hogy a matematikusokat érkezésük sorrendjében az adott sorszámú szobába küldi. Az elsőnek érkező vendégnek viszont elfelejti a megfelelő utasítást megadni, így ő a szobák közül véletlenszerűen választ egyet. Végül a recepciós a többieknek azt az utasítást adja, hogy az érkezési sorszámuknak megfelelő szobát egyesével foglalják el; illetve ha az már foglalt, akkor válasszanak a szabad szobák közül egyet tetszés szerint. Hányféleképpen költözhettek be a szobákba a vendégek?

(*4 pont*) Javasolta: *Faragó András* és *Káspári Tamás* (Paks)

B. 4943. Egy téglatest alakú tégla egyik lapjának mindegyik csúcsában van egy-egy hangya. A hangyák mindegyike a szemközti csúcshoz, azaz a saját csúcsához tartozó testátló másik végpontjába szeretne eljutni. Át tudnak-e menni a hangyák a tégla felszínén a szemközti csúcsba úgy, hogy az útvonalaik ne messék egymást és mind a négy hangya a lehető legrövidebb úton haladjon?

(*4 pont*) Javasolta: *Gáspár Merse Előd* (Budapest)

B. 4944. Jelölje t egy konvex $\mathcal{S}$ síkidomba írt (valamely) maximális területű háromszög területét, míg T az $\mathcal{S}$ köré írt (valamely) minimális területű háromszög területét. Mekkora a $\frac{T}{t}$ hányados maximuma?

(*5 pont*)

B. 4945. Határozzuk meg azokat az n pozitív egészeket, amelyekre

$$1 \cdot 2^0 + 2 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + \ldots + n \cdot 2^{n-1}$$

négyzetszám.

(*5 pont*) *Németh László* (Fonyód) javaslata alapján

B. 4946. Az $f(x)$ valós együtthatós polinomra igaz, hogy minden, 10-es számrendszerben 5-re vagy 8-ra végződő k pozitív egész esetén $f(k)$ értéke egész szám.

a) Igazoljuk, hogy $f(0)$ egész szám.

b) Mutassunk példát olyan $f(x)$ polinomra, amire a fenti feltételek teljesülnek, de $f(1)$ nem egész szám.

(*6 pont*)

B. 4947. Igazoljuk, hogy egy kockát a keletkező darabok egybevágóságától eltekintve egyféleképpen lehet pontosan öt darab tetraéderre darabolni.

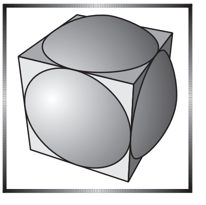
(*6 pont*)

❄

Beküldési határidő: 2018. április 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (719–721.)



A. 719. Legyen ABC nem egyenlőszárú háromszög körülírt körének, illetve beírt körének középpontja O, illetve I. Az A-val szemköztes hozzáírt kör BC-t A_1-ben érinti, a B-vel szemköztes hozzáírt kör CA-t B_1-ben érinti, továbbá a C-vel szemköztes hozzáírt kör AB-t C_1-ben érinti. Legyen P az AB_1C_1 háromszög magasságpontja, H pedig az ABC háromszög magasságpontja. Igazoljuk, hogy ha M a PA_1 felezőpontja, akkor HM és OI párhuzamosak.

Javasolta: *Michael Ren* (Andover, Massachusetts, USA)

A. 720. Egy pozitív egész számot *elevennek* nevezünk, ha van $10^{10^{100}}$-nál nagyobb prímosztója. Bizonyítsuk be, hogy ha S eleven pozitív egészekből álló végtelen halmaz, akkor létezik olyan végtelen T részhalmaza, melynek bármely véges nemüres részhalmazában az elemek összege eleven szám.