K. 580. Mely derékszögű háromszögekre igaz, hogy $x > 2(z - y)$, feltéve, hogy $z > y \geqslant x$?

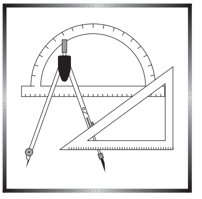
K. 581. Adjuk meg az összes ABBA alakú négyjegyű négyzetszámot.

K. 582. Milyen hosszú lehet az a szó, amelynek betűi pontosan 180-féleképpen rendezhetők sorba? Keressünk ilyen értelmes magyar szót.

Beküldési határidő: 2018. március 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

❄

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1462–1468.)



Feladatok 10. évfolyamig

C. 1462. Egy számtani sorozat első tagja $a_1 = 3$, differenciája 9. Bizonyítsuk be, hogy a sorozat tagjai között minden természetes k szám esetén szerepel $3 \cdot 4^k$.

C. 1463. A szabályos ABC háromszög belsejében található M pontból az AB, BC és CA oldalakra állított merőlegesek talppontja rendre H, K és P. Bizonyítsuk be, hogy

(i) $|AH|^2 + |BK|^2 + |CP|^2 = |HB|^2 + |KC|^2 + |PA|^2$;

(ii) $|AH| + |BK| + |CP| = |HB| + |KC| + |PA|$.

Mathematical Competitions in Croatia

Feladatok mindenkinek

C. 1464. Azt mondjuk, hogy egy tetszőleges A természetes számból a nála kisebb B természetes szám *kiolvasható,* ha A számjegyei közül néhányat letörölve, majd a megmaradó jegyeket a sorrend megváltoztatása nélkül összeolvasva megkapjuk B-t. Melyik a legkisebb olyan természetes szám, melyből bármely háromjegyű szám kiolvasható?

C. 1465. A PQR szabályos háromszög és a $QRST$ négyzet csúcsain áthaladó PS és RT egyenesek metszéspontja legyen M. Igazoljuk, hogy a PTM háromszög egyenlőszárú.

C. 1466. Egy bizottság az év folyamán tizenkét alkalommal ülésezett. A tagok közül minden ülésen 10-en vettek részt, és bármelyik két tag legfeljebb egyszer volt együtt jelen. Legalább hány tagból áll a bizottság?

Feladatok 11. évfolyamtól

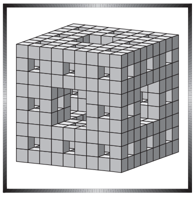
C. 1467. Az O középpontú, $2r$ sugarú és az O-n áthaladó, $r+1$ sugarú körök metszéspontjai legyenek A és B. Mekkora lehet r, ha az AB szakasz a kisebbik kör átmérője?

C. 1468. Igazoljuk, hogy ha a és b nemnegatív számok, akkor

$$\frac{1}{2}(a+b)^2+\frac{1}{4}(a+b) \geqslant a\sqrt{b}+b\sqrt{a}\,.$$

Mikor áll fenn egyenlőség?

Beküldési határidő: 2018. március 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518



A B pontversenyben kitűzött feladatok (4930–4938.)

B. 4930. Bergengóciában, „Turágus” faluban három vallás képviselői a Napimádók, a Holdimádók és a Földimádók. A vallási előírások szerint a szentélynek a falu valamennyi házától vett távolságösszege a lehető legkisebb kell, hogy legyen (függetlenül attól, hogy a házban milyen vallás hívei élnek.) Igazoljuk, hogy ha a Napimádóknak, és a Holdimádóknak már van egy-egy szentélye a faluban, akkor a Földimádók is tudnak építeni egy újabb szentélyt. (A falu sík terepen terül el, és a szentély, illetve a falu házai is pontszerűnek tekintendőek.)

(*3 pont*)

B. 4931. Mutassuk meg, hogy egy háromszög a, b, c oldalaira teljesül, hogy

$$\frac{a^2(b+c)+b^2(a+c)}{abc}>3.$$

(*3 pont*)

B. 4932. A Nagy Meseországi Bestiáriumban az év minden hetére jut egy-egy sárkány. A legfiatalabb sárkány, Alajos 13-fejű, a következő sárkány Botond 14-fejű ... (és így tovább, minden újabb idősebb sárkánynak eggyel több feje van, mint az előzőnek), míg a legidősebb sárkány Zoárd 64-fejű. A meseországi szerzetesek elkészítették a Nagy Sárkánymesés Kódexet. A Kódexbe csak az a mese kerülhet be, amelyben szereplő sárkányok fejeinek a száma pontosan 1001. Bármely két mese esetén van legalább egy olyan sárkány, ami csak az egyik mesében