Használjuk a segédtételünket. A beírt kör érintési pontjának távolsága az egyik csúcstól egyenlő a hozzáírt kör távolságával a másik csúcstól, vagyis $AT=VB$.

2. eset: $AB>CD$. Használjuk a *3. ábra* jelöléseit.

Most M a CD egyenes A és B pontot nem tartalmazó oldalán lesz. Ekkor k az MCD háromszög hozzáírt köre.

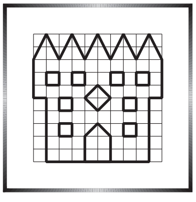
Nagyítsuk az MCD háromszöget az M pontból $\lambda=\frac{MA}{MD}$ arányban. Ekkor MCD beírt köre k-ba megy át. A CD egyenes képe az AB egyenes lesz. Mivel CD érinti a beírt kört, AB pedig érinti k-t, az U pont képe V, a Q pont képe pedig T lesz.

Pontosan akkor igaz, hogy $AT=VB$, ha $DQ=CU$. Utóbbi a segédtételünk értelmében igaz, így $AT=VB$ is teljesül.

Ha $AB=CD$, akkor $ABCD$ paralellogramma, azaz nem létezik az M pont.

Kerekes Anna (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.) és
Döbröntei Dávid Bence (Pápa, Türr István Gimn. és Koll., 12 évf.)
dolgozata alapján

92 dolgozat érkezett. 4 pontos 57, 3 pontos 22, 2 pontos 2, 1 pontos 3, 0 pontos 8 dolgozat.



A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (577–582.)

K. 577. Xavér kivett három lapot egy csomag francia kártyából, és letette őket egymás mellé az asztalra. A letett lapokról az alábbi információkat árulta el:

– A három lap között van egy király, amelyiktől közvetlenül jobbra 1 vagy 2 dáma található.
– A három lap között van egy dáma, amelyiktől közvetlenül balra 1 vagy 2 dáma található.
– A három lap között van egy kőr, amelyiktől közvetlenül balra 1 vagy 2 pikk található.
– A három lap között van egy pikk, amelyiktől közvetlenül jobbra 1 vagy 2 pikk található.

Balról jobbra haladva milyen lapok lehetnek az asztalon?

K. 578. Egy $2\times n$-es táblázat felső sorába beírjuk a pozitív egész számokat 1-től n-ig növekvő sorrendben, az alsó sorába pedig csökkenő sorrendben. Hány olyan 50-nél kisebb n pozitív egész szám van, melyre minden felső sorban lévő szám és az alatta lévő szám relatív prím?

K. 579. 105 lányt és 95 fiút tetszőlegesen 100 párba osztunk. A fiú párok kezet fognak, a lány párok pacsiznak, a vegyes párok pedig elkezdenek táncolni. Mutassuk meg, hogy 5-tel kevesebb kézfogás történik, mint pacsi.

K. 580. Mely derékszögű háromszögekre igaz, hogy $x > 2(z-y)$, feltéve, hogy $z > y \geqslant x$?

K. 581. Adjuk meg az összes ABBA alakú négyjegyű négyzetszámot.

K. 582. Milyen hosszú lehet az a szó, amelynek betűi pontosan 180-féleképpen rendezhetők sorba? Keressünk ilyen értelmes magyar szót.

Beküldési határidő: 2018. március 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`
Cím: KöMaL feladatok, Budapest 112, Pf. 32. 1518

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1462–1468.)

Feladatok 10. évfolyamig

C. 1462. Egy számtani sorozat első tagja $a_1 = 3$, differenciája 9. Bizonyítsuk be, hogy a sorozat tagjai között minden természetes k szám esetén szerepel $3 \cdot 4^k$.

C. 1463. A szabályos ABC háromszög belsejében található M pontból az AB, BC és CA oldalakra állított merőlegesek talppontja rendre H, K és P. Bizonyítsuk be, hogy

(*i*) $|AH|^2 + |BK|^2 + |CP|^2 = |HB|^2 + |KC|^2 + |PA|^2$;

(*ii*) $|AH| + |BK| + |CP| = |HB| + |KC| + |PA|$.

Mathematical Competitions in Croatia

Feladatok mindenkinek

C. 1464. Azt mondjuk, hogy egy tetszőleges A természetes számból a nála kisebb B természetes szám *kiolvasható,* ha A számjegyei közül néhányat letörölve, majd a megmaradó jegyeket a sorrend megváltoztatása nélkül összeolvasva megkapjuk B-t. Melyik a legkisebb olyan természetes szám, melyből bármely háromjegyű szám kiolvasható?

C. 1465. A PQR szabályos háromszög és a $QRST$ négyzet csúcsain áthaladó PS és RT egyenesek metszéspontja legyen M. Igazoljuk, hogy a PTM háromszög egyenlőszárú.

C. 1466. Egy bizottság az év folyamán tizenkét alkalommal ülésezett. A tagok közül minden ülésen 10-en vettek részt, és bármelyik két tag legfeljebb egyszer volt együtt jelen. Legalább hány tagból áll a bizottság?