Jelentés a 2017. évi Kürschák József Matematikai Tanulóversenyről

A Bolyai János Matematikai Társulat a 2017. évi Kürschák József Matematikai Tanulóversenyt október 6-án, középeurópai idő szerint 14 órai kezdettel rendezte meg a következő huszonkét helyszínen: Békéscsaba, Budapest, Cambridge, Csíkszereda, Debrecen, Eger, Győr, Kaposvár, Kecskemét, Kolozsvár, Miskolc, Nagykanizsa, Nyíregyháza, Pécs, Sopron, Szeged, Székesfehérvár, Szolnok, Szombathely, Tatabánya, Veszprém és Zalaegerszeg.

A Társulat elnöksége a verseny lebonyolítására az alábbi bizottságot kérte fel: *Biró András, Fleiner Tamás* (elnök), *Frenkel Péter, Kós Géza, Maga Péter* (titkár), *Pach Péter Pál, Pelikán József.* A bizottság szeptember 13-diki ülésén a következő feladatokat tűzte ki:

1. *Legyen ABC tetszőleges háromszög, és válasszuk az A', B' és C' pontokat egymástól függetlenül, egyenletes eloszlással rendre a BC, CA és AB oldalakról. A sík Z pontja esetén jelölje $p(Z)$ annak a valószínűségét, hogy az AA', BB' és CC' egyenesek által határolt háromszög tartalmazza Z-t. Határozzuk meg az ABC háromszögnek azt a Z belső pontját, amelyre $p(Z)$ a lehető legnagyobb.*

2. *Vannak-e olyan $f(x)$ és $g(x)$ valós együtthatós polinomok, amelyekre az $f(x)^3 - g(x)^2$ polinom elsőfokú?*

3. *Egy $n \times n$-es T táblázat mezőibe egy-egy számot írtunk úgy, hogy egyik sorban sem szerepel kétszer ugyanaz a szám. Bizonyítsuk be, hogy át lehet rendezni a T-ben szereplő számokat úgy, hogy az átrendezés utáni T^* táblázat minden sorában pontosan ugyanazok a számok álljanak, mint amelyek T megfelelő sorában álltak, de T^* semelyik oszlopában se szerepeljen kétszer ugyanaz a szám.*

A bizottság a beérkezett dolgozatok átnézése után, november 23-i ülésén a következő jelentést fogadta el:

„A verseny minden helyszínen rendben zajlott le: a sikeresen bevezetett előregisztrációt követően a 140 jelentkezőtől összesen 115 dolgozat érkezett be.

Az idei versenyen a számos versenyző által megoldott első feladat bizonyult a legkönnyebbnek. Azonban a második feladatra nemcsak megoldás, de még értékelhető részeredmény sem érkezett. Ugyanakkor a harmadik feladatot hatan oldották meg vagy jutottak a megoldás közelébe. Mindezekre tekintettel a versenybizottság idén nem ad ki I. díjat.

Három versenyző oldotta meg helyesen az első és a harmadik feladatot. Ezért

II. díjban és fejenként 30 000 Ft pénzjutalomban részesülnek

Janzer Orsolya Lili, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai *Hujter Bálint, Gyenes Zoltán, Szűcs Gábor, Pósa Lajos* és *Janzer Barnabás*);

Matolcsi Dávid, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 11. osztályos tanulója (tanárai *Dobos Sándor, Kiss Géza* és *Kiss Gergely*); valamint

Molnár-Sáska Zoltán, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai *Hujter Bálint, Gyenes Zoltán, Pósa Lajos* és *Szűcs Gábor*).

Egy versenyző az első feladat megoldása mellett a harmadik feladatot is megoldotta, azonban az indoklása hiányos. Ezért a teljesítményéért

III. díjban és 25 000 Ft pénzjutalomban részesül

Kerekes Anna, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 11. osztályos tanulója, (tanárai *Dobos Sándor, Kiss Géza* és *Kiss Gergely*).

Két további versenyző akadt, aki a harmadik feladatban jelentős részeredményt ért el. Ennek megfelelően

Dicséretet és fejenként 10 000 Ft pénzjutalmat kapnak

Alexy Marcell, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai *Hujter Bálint, Gyenes Zoltán* és *Szűcs Gábor*) az első feladat hiányos és a harmadik feladat lényegében helyes megoldásáért, illetve

Záhorsky Ákos, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai *Hujter Bálint, Gyenes Zoltán* és *Szűcs Gábor*) az első feladat helyes és a harmadik feladat hiányos megoldásáért.

A versenybizottság ezúton köszöni meg minden versenyző és felkészítő tanár munkáját, a díjazottaknak pedig további sikereket kívánva szívből gratulál."

A 2017. évi Kürschák József Matematikai Tanulóverseny feladatainak megoldásai

1. *Legyen ABC tetszőleges háromszög, és válasszuk az A', B' és C' pontokat egymástól függetlenül, egyenletes eloszlással rendre a BC, CA és AB oldalakról. A sík Z pontja esetén jelölje $p(Z)$ annak a valószínűségét, hogy az AA', BB' és CC' egyenesek által határolt háromszög tartalmazza Z-t. Határozzuk meg az ABC háromszögnek azt a Z belső pontját, amelyre $p(Z)$ a lehető legnagyobb.*

Megoldás. Legyenek Z_A, Z_B és Z_C rendre az AZ, BZ és CZ egyenesek metszéspontjai az ABC háromszög szemközti oldalával. Jelölje

$$\alpha := \frac{BZ_A}{BC}, \quad \beta := \frac{CZ_B}{CA} \quad \text{és} \quad \gamma := \frac{AZ_C}{AB}$$